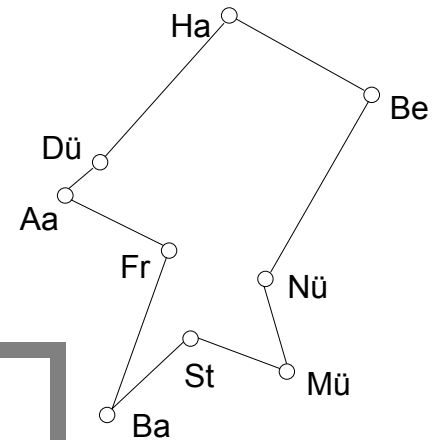
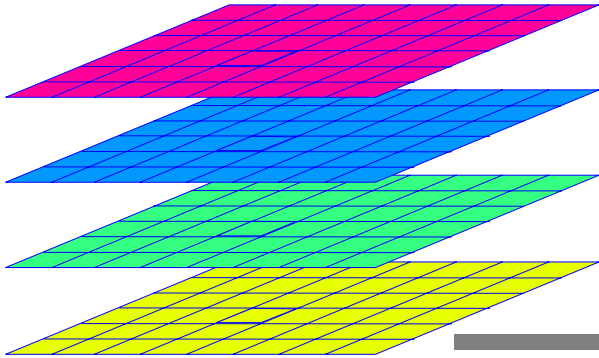
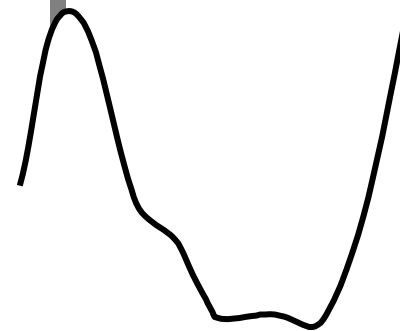
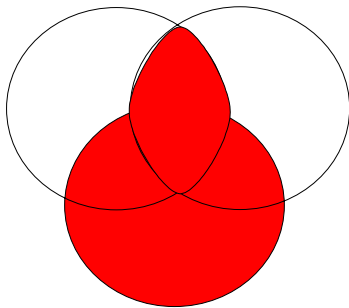


Datenanalyse in Geo-Informationssystemen



- Grundlagen
- Geometrische Methoden
- Topologische Methoden
- Mengenmethoden
- Statistische Methoden
- Modelle



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Datenanalysemethoden

- **Geometrische Methoden**
 - Computed Geometry
 - Polygon Overlay
 - Zonengenerierung
 - Triangulation/Nachbarschaftsgraphen
- **Topologische Methoden**
 - Netzwerkanalyse
 - Nachbarschaftsanalyse
 - Standortplanung
- **Statistische Methoden**
 - Beschreibende Statistik
 - Analytische Statistik
 - Geostatistik
- **Mengenmethoden**
 - Boolesche, relationale und Fuzzy-Algebra
 - Sortieren und Suchen
 - Aggregation
- **Modelle und Simulationen**
 - Kartograph./Geograph. Modelle
 - Systemanalytische Ansätze
 - Ausbreitungs- und Simulationsmodelle

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Zur Begriffsbildung 'Analyse'

- Analyse = Wissenschaftliche Untersuchung von Problemen oder Zusammenhängen
 - Analyse = Zerlegung, Auflösung eines Zusammengesetzten in seine Bestandteile (Gegensatz: Synthese)
 - Analyse = Systematische Untersuchung eines Gegenstandes
 - Analyse = Wissenschaftlich zergliedern, zerlegen, untersuchen, auflösen
- => Artmäßige Analyse (**qualitativ**) = der Beschaffenheit etc. nach
- => Mengenmäßige Analyse (**quantitativ**) = der Menge, Größe etc. nach

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

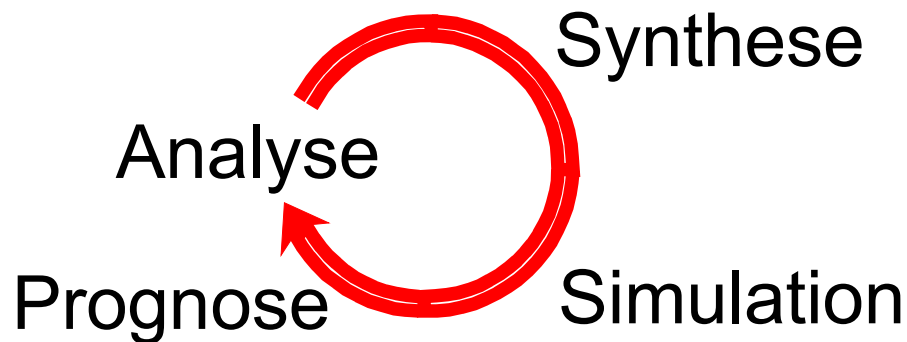
Statistische M.

Modelle



Regelkreis Analyse-Synthese-Simulation-Prognose

- **Analyse** = Zerlegung, Auflösung eines Zusammengesetzten in seine Bestandteile (Gegensatz: Synthese)
- **Synthese** = Zusammenfügen einzelner Teile zu einem höheren Ganzen
- **Simulation** = realitätsnahe Nachahmung technischer Vorgänge
- **Prognose** = Vorausbeurteilung einer Entwicklung



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Grundproblem der Datenanalyse

- **Gegeben:** Spezielle Benutzerproblemstellung sowie Datenbestand mit Phänomenen A, B, C, ...
- **Gesucht:** Verknüpfung $f(A, B, C, ..)$ zwischen Datenbestand etablieren, um eine Antwort (i.d.R. eine Präsentationsform wie Karte, Bericht etc.) auf die spezielle Benutzerproblemstellung zu erhalten.
- **Verknüpfung:** $U = f(A, B, C \dots)$
- **Funktionen** f wie z.B.
 - Selektion
 - Boolesche Logik
 - Reklassifizierung
 - Flächenverschneidung mit Funktionen zwischen Daten

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Mathematische Grundlagen der GIS-Analyse

- Koordinatengeometrie
- Numerische Methoden
- Topologie und Graphentheorie
- Mengenlehre
- Relationale Algebra in Datenbanken
- Statistik

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Analyse als Differenzierungsmerkmal z.B. zu CAD, DB, Graphiksystemen

- Flächenverschneidung
- Statistische Analysen
- Aggregation
- Selektive Anfragen
- Topologische Analysen

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

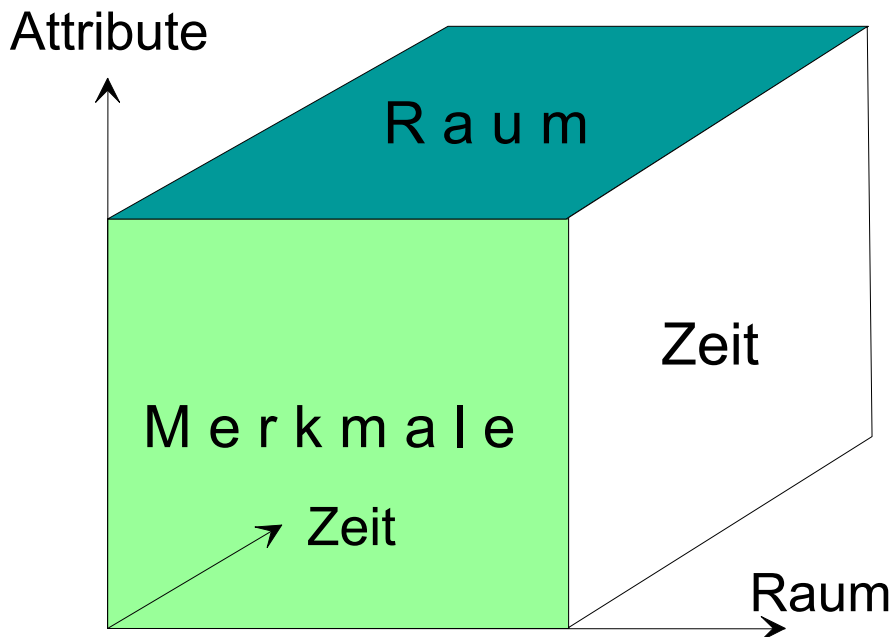
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Dimensionen im GIS - Der geographische Datenquader



$$\text{Objekt } O = f(\text{Raum, Zeit, Merkmale})$$
$$O = f(x, y, z, t, A)$$

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Klassifizierung der Datenanalysemethoden

Methoden	Quaderdimension		
	Raum	Merkmal	Zeit
Computed Geometry	+	-	-
Geometrische Transformationen	+	-	-
Schnitte	+	-	-
Punkt-im-Polygon	+	-	-
Dreiecksvermaschung	+	0	-
Zonengenerierung	+	-	0
Flächenverschneidung	+	+	-
Aggregation	+	+	0
Netzwerkanalyse	+	+	0
Statistik	0	+	0
Geo-Statistik	+	+	+
Interpolation	+	+	+
Klassifikation	0	+	0
Mengenmethoden	0	+	0
Boolesche/Relationale Algebra	0	+	0
Digitales Geländemodell	+	+	-

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Geometrische Methoden

- Metrik, Koordinatensysteme
- Computed Geometry
- Räumliche Suche und Clipping-Algorithmen
- Schnitte in 2 und 3 Dimensionen
- Punkt-im-Polygon-Problem
- Flächenverschneidung
- Dreiecksvermaschung und Thiessen-Polygon
- Andere

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

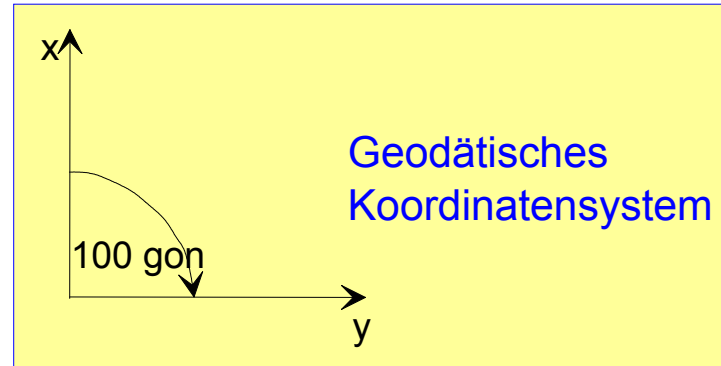
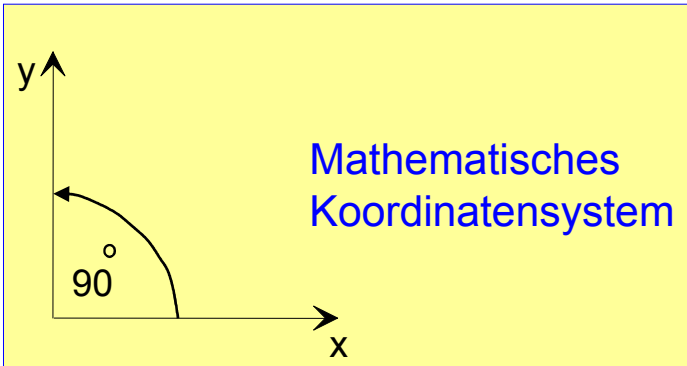
Statistische M.

Modelle

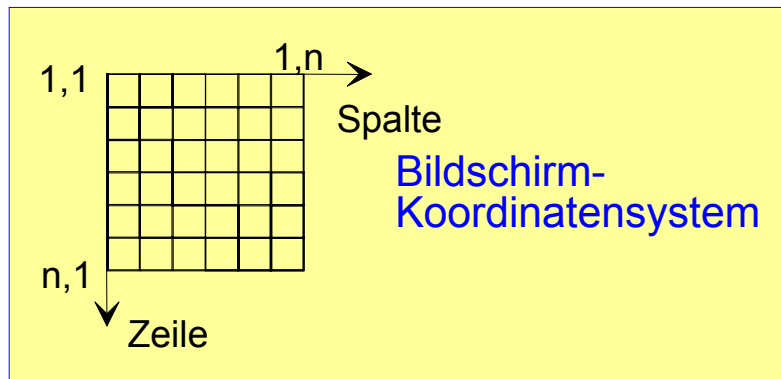


Koordinatensysteme

- Vektordaten -



- Rasterdaten -



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Definition :

Eine Metrik auf einer Menge X ist eine Abbildung $d : X \times X$ auf \mathbb{R}_0 mit den folgenden Eigenschaften für beliebige P, Q, T aus X :

$d(P, Q) = 0$ falls $P=Q$ ist	Idempotenz
$d(P, Q) = d(Q, P)$	Symmetrie
$d(P, Q) \leq d(P, T) + d(T, Q)$	Dreiecksungleichung

Ein Paar (X, d) heißt metrischer Raum.

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

Gängige Distanzfunktionen :

- Vektordaten

Euklidische Distanz: $d_E = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$

- Rasterdaten

$d_1 = |i - k|$ $d_2 = |j - l|$ mit $P(i, j)$ und $Q(k, l)$

City-Block-Distanz: $d_4 = d_1 + d_2$

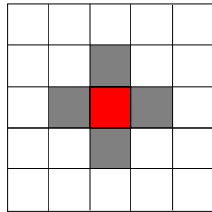
Schachbrettdistanz: $d_8 = \max(d_1, d_2)$

Euklidische Distanz: $d_E = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$

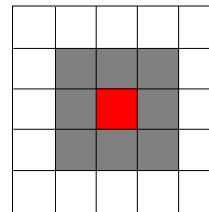


Nachbarschaftstypen N.4 und N.8

N.4



N.8



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

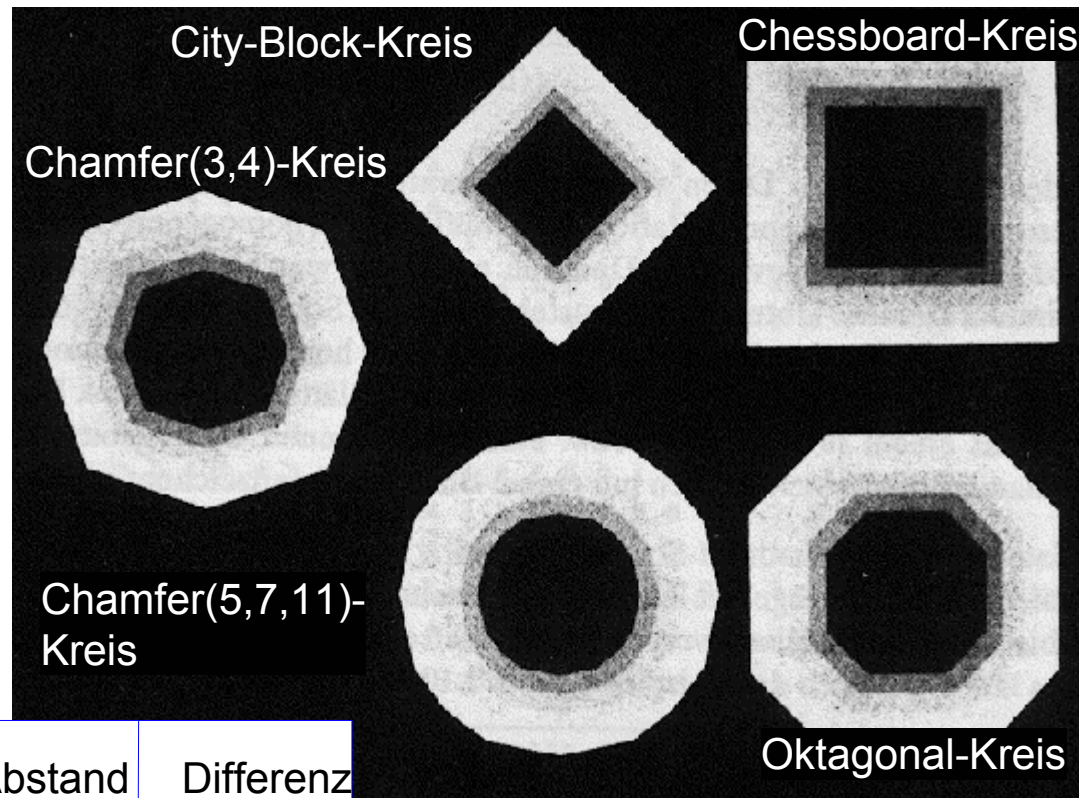
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Vergleich verschiedener Metriken



Metrik	Abstand	Differenz
Euklid	23.324	0.000
City-Block	32.000	8.676
Schachbrett	20.000	-3.324
Oktagon	21.000	-2.324
Chamfer(3,4)	24.000	0.676
Chamfer(5,7,11)	23.200	-0.124

Beispiel : P (5,5) und Q (25,17)
aus L. Tang, 1990

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

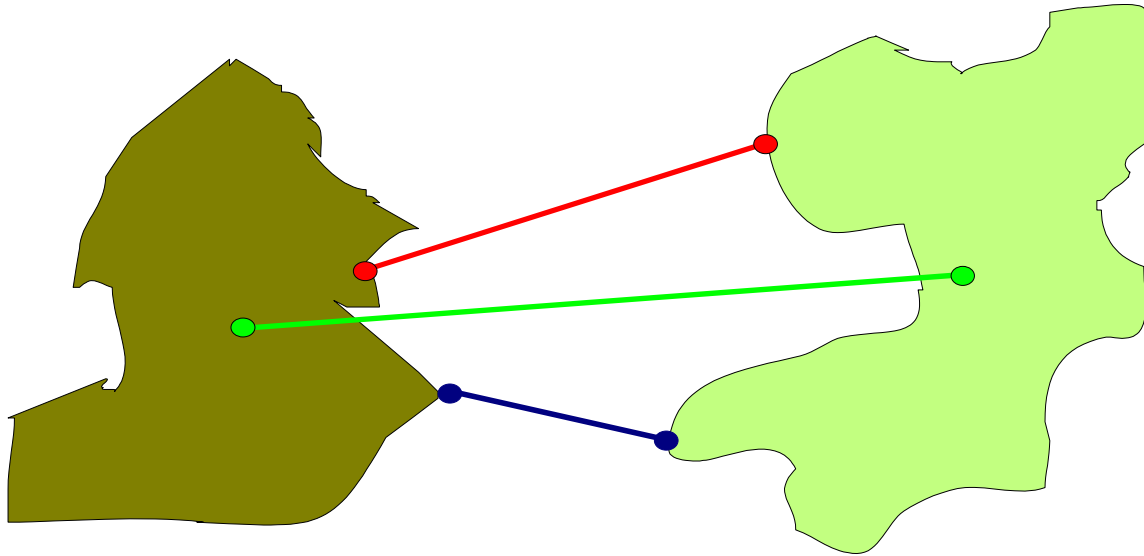
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Definitionsproblem



beliebiger Abstand

Zentroidabstand

Minimaler Abstand

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

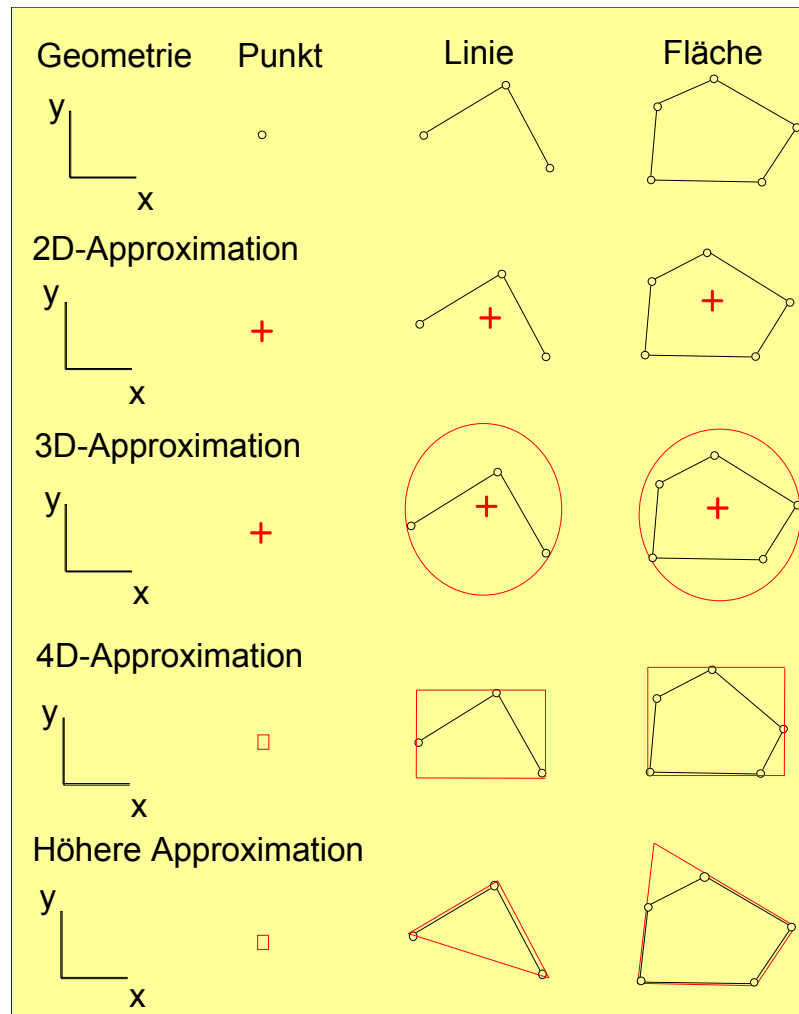
Statistische M.

Modelle



Approximation räumlicher Objekte

- als Vereinfachung der Geometrie:
 - für das Suchen und Indizieren im Speicher des Rechners
 - als Näherung für geometrische Algorithmen



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

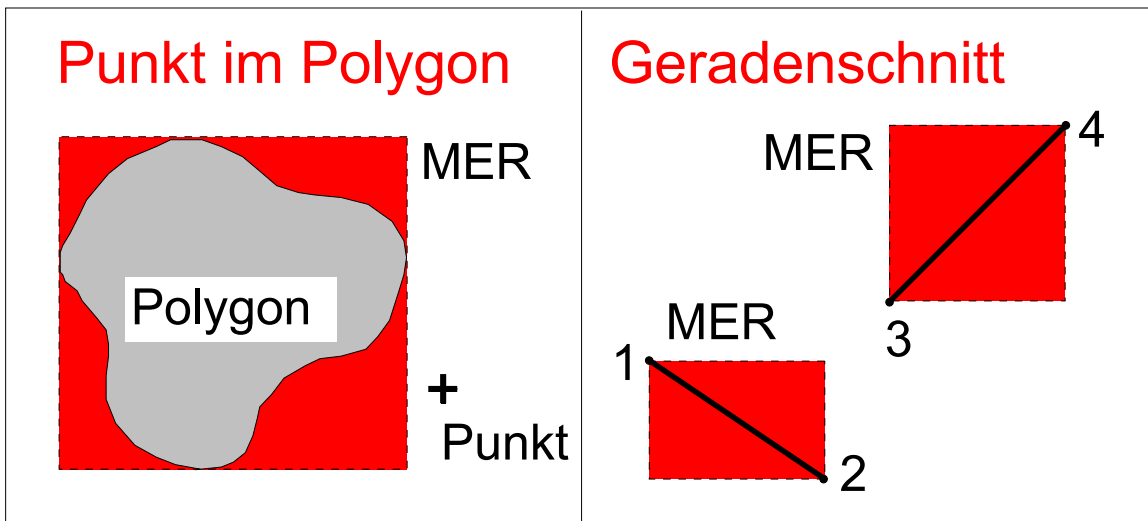
Statistische M.

Modelle



Grobtests mittels MER

- MER: minimal einschließendes achsparalleles Rechteck



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

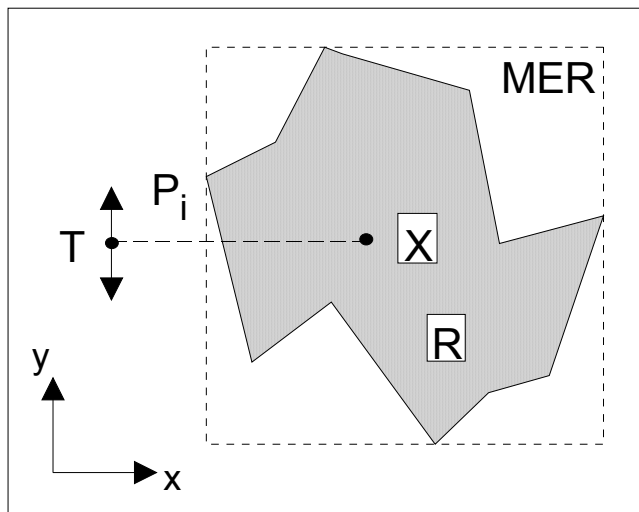
Modelle



Punkt-im-Polygon (Vektor)

- Theorem von Jordan:

- Jedes Polygon R teilt die Ebene in zwei disjunkte Regionen (Inneres und Äußeres). Ist die Anzahl echter Schnitte eines beliebigen Teststrahls durch X mit den Kanten des Polygons ungerade, so liegt X innerhalb von R, ansonsten außerhalb.



- Wähle Teststrahl durch X parallel zur Koordinatenachse.

- Wähle Punkt T auf Teststrahl durch X garantiert außerhalb von R.

- Untersuche, ob Strahl TX durch einen Polygoneckpunkt verläuft.

Wenn ja, verschiebe T in y-Richtung solange, bis dies nicht mehr der Fall ist (nur echte Schnitte gesucht).

- Zähle Anzahl echter Schnitte von TX mit den (n-1) Polygonkanten.

Ist $\text{mod}(\text{Anzahl}, 2) = 0$, liegt X außerhalb.

Ist $\text{mod}(\text{Anzahl}, 2) = 1$, liegt X innerhalb.

NB: $\text{mod}(N, 2) = N - (\text{int})(N/2) * 2$

Alternativ: Winkelsummentest

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

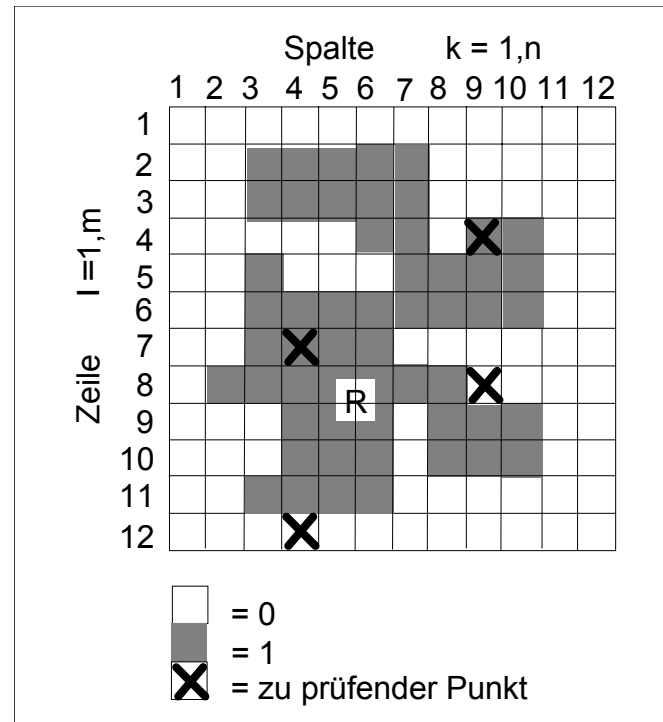
Statistische M.

Modelle



Punkt-im-Polygon (Raster)

- Annahmen:
 - Alle Zellen innerhalb des Polygons sind mit 1 belegt
 - Alle Zellen außerhalb des Polygons sind mit 0 belegt
- Algorithmus:
 - Prüfe für Zeile l ($l=1,m$), ob Zeilenindex l gleich Punktzeilenindex i ist
 - Wenn ja, prüfe für Spaltenindex k ($k=1,n$), ob Spaltenindex k gleich Punkt-spaltenindex j ist. Wenn ja, prüfe ob Polygonzelle eine 1 trägt. Dann ist gesuchter Punkt innerhalb, sonst außerhalb.
 - Wenn Punkt (i,j) nicht in dieser Zeile und Spalte des Polygons liegt, erhöhe den Zeilenindex l und beginne von vorne.



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.


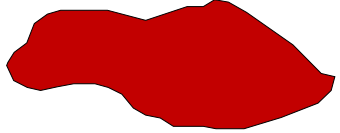
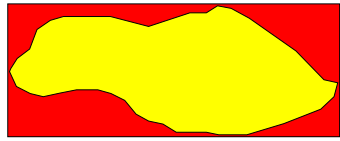
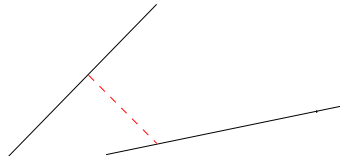
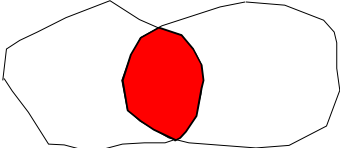
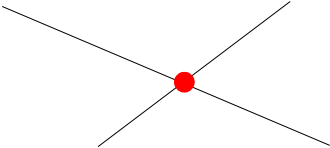
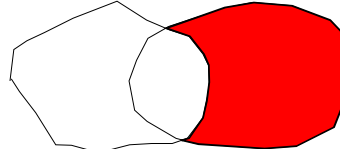
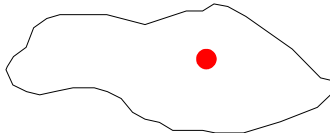
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Raumbezogene Operatoren (Auszug)

 <p>Länge</p>	 <p>Fläche</p>	 <p>Minimal einschl. Rechteck</p>	 <p>Kürzester Abstand</p>
 <p>Vereinigung</p>	 <p>Schnittbe- rechnung</p>	 <p>Differenz</p>	 <p>Inklusion</p>

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Geometrische Grundfunktionen - Computed Geometry

Analyse

Grundlagen

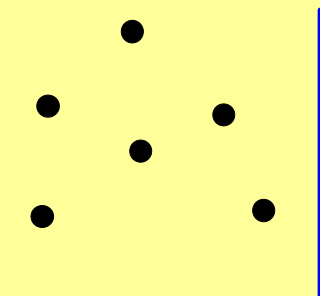
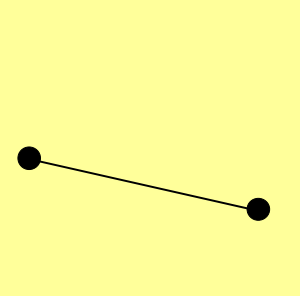
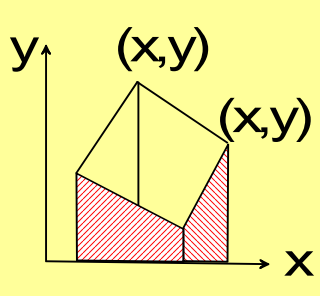
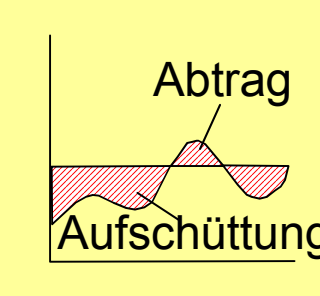
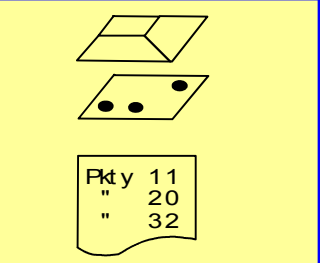
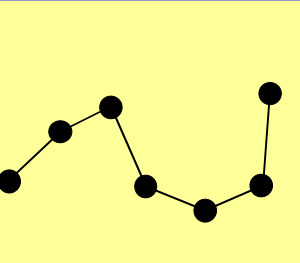
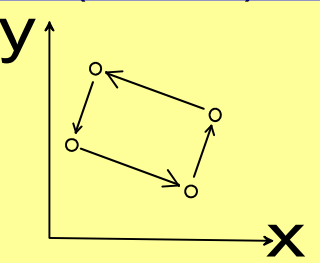
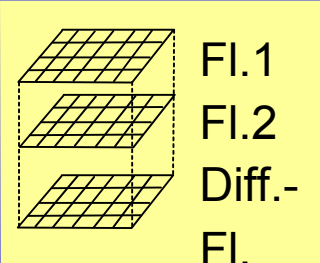
Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

 <p>absolute Anzahl</p>	 <p>(Gerade)</p>	 <p>(Fläche)</p>	 <p>Querschnitt</p>
 <p>Punkt im Polyg.</p>	 <p>(Kurve)</p>	 <p>(Umfang)</p>	 <p>Fl.1 Fl.2 Diff.- Fl. Fläche</p>
Punkte	Strecken	Flächen	Volumen



Flächenverschneidung: Fläche mit Fläche

Analyse

Grundlagen

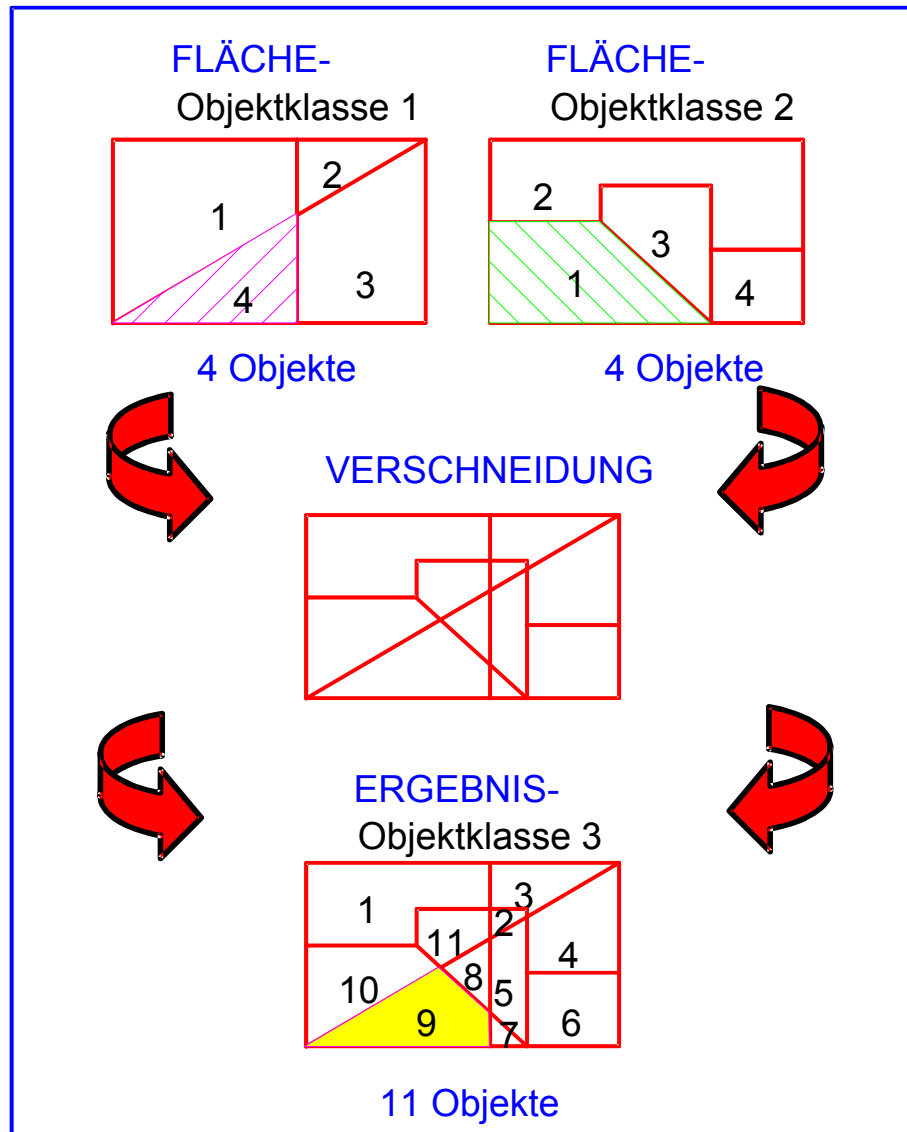
Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

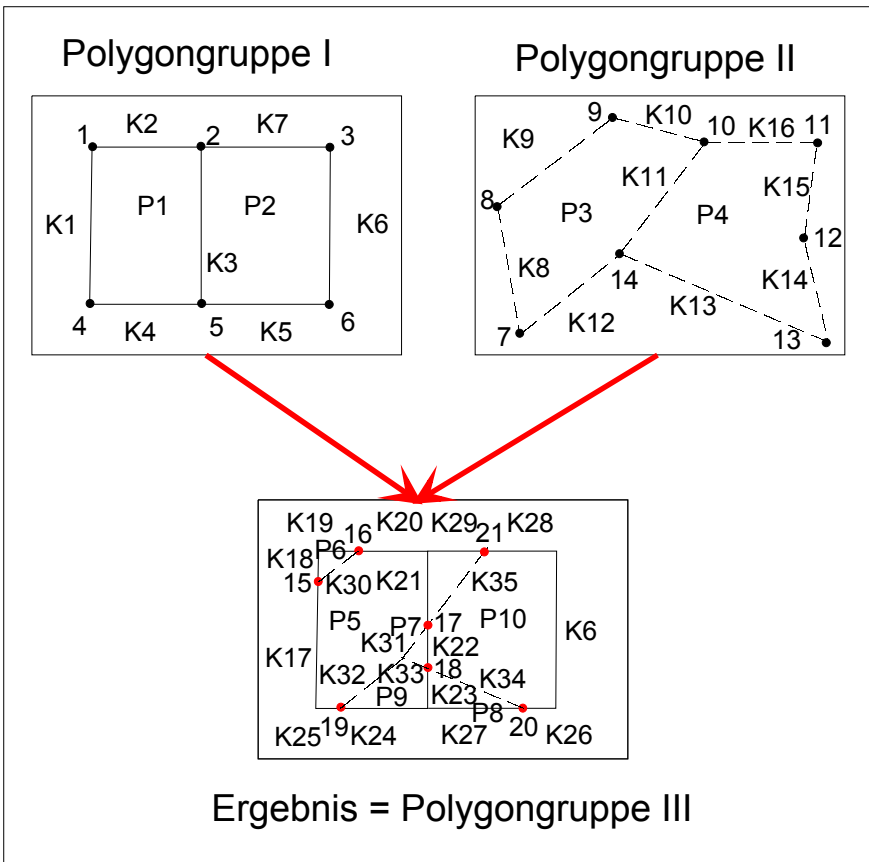
Statistische M.

Modelle

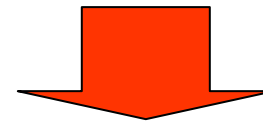


Beispiel Flächenverschneidung

- Gegeben sind zwei Gruppen von Polygonen I und II, die jeweils bestimmte Eigenschaften besitzen. Bilden Sie eine neue Gruppe von Polygonen III, die von den beiden Ausgangsgruppen gewünschte Eigenschaften erben.



Gruppe I :
Grundstücke bestimmter Eigen-
tümer (Maier, Müller etc.)
Gruppe II :
Flächen bestimmter Landnut-
zung (Ackerland, Bauland, etc.)



Gruppe III :
Flächen, die bestimmtem Ei-
gentümer gehören und be-
stimmte Landnutzung besitzen

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



3 Teilschritte bei der Flächenverschneidung

- 1. Kantenschnitte:
 - Unterteile die sich schneidenden Kanten der Ausgangspolygone an den Schnittpunkten.
 - => Liste aller Knoten und Kanten: es gibt keinen weiteren Schnitt mehr zwischen den Polygonen.
- 2. Polygonformierung:
 - Verknüpfe die einzelnen Kanten so, daß neue geschlossene Polygone entstehen.
 - => Liste aller Polygone.
- 3. Überlagerungsidentifizierung:
 - Untersuche Ergebnispolygone auf Herkunft aus Ausgangspolygonen.
 - => Attributübertragung.

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

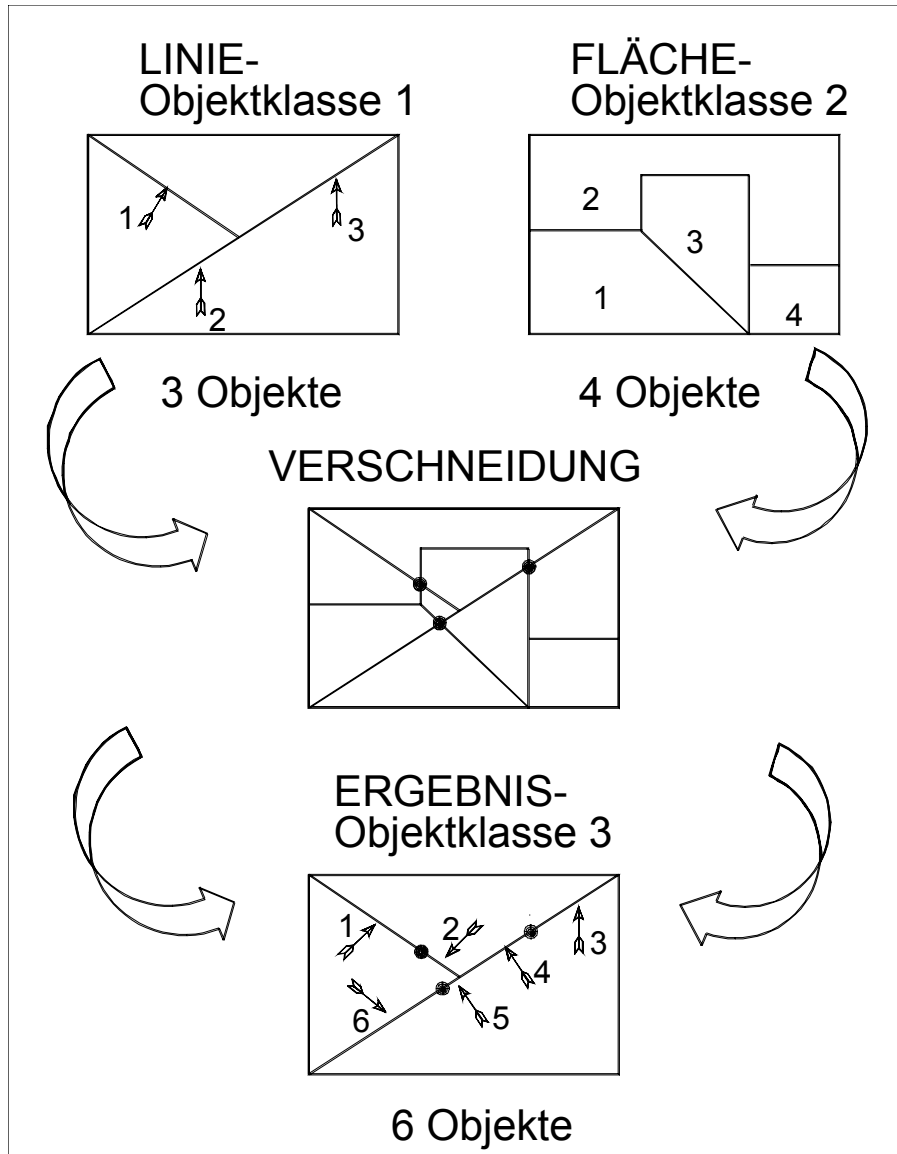
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

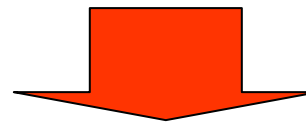


Flächenverschneidung (Linie mit Fläche)



Klasse 1:
- Alle Leitungen eines
EVU

Klasse 2:
- Alle Flächen im
Gemeindebesitz



Klasse 3:
- Alle Leitungen auf
Flächen im
Gemeindebesitz

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

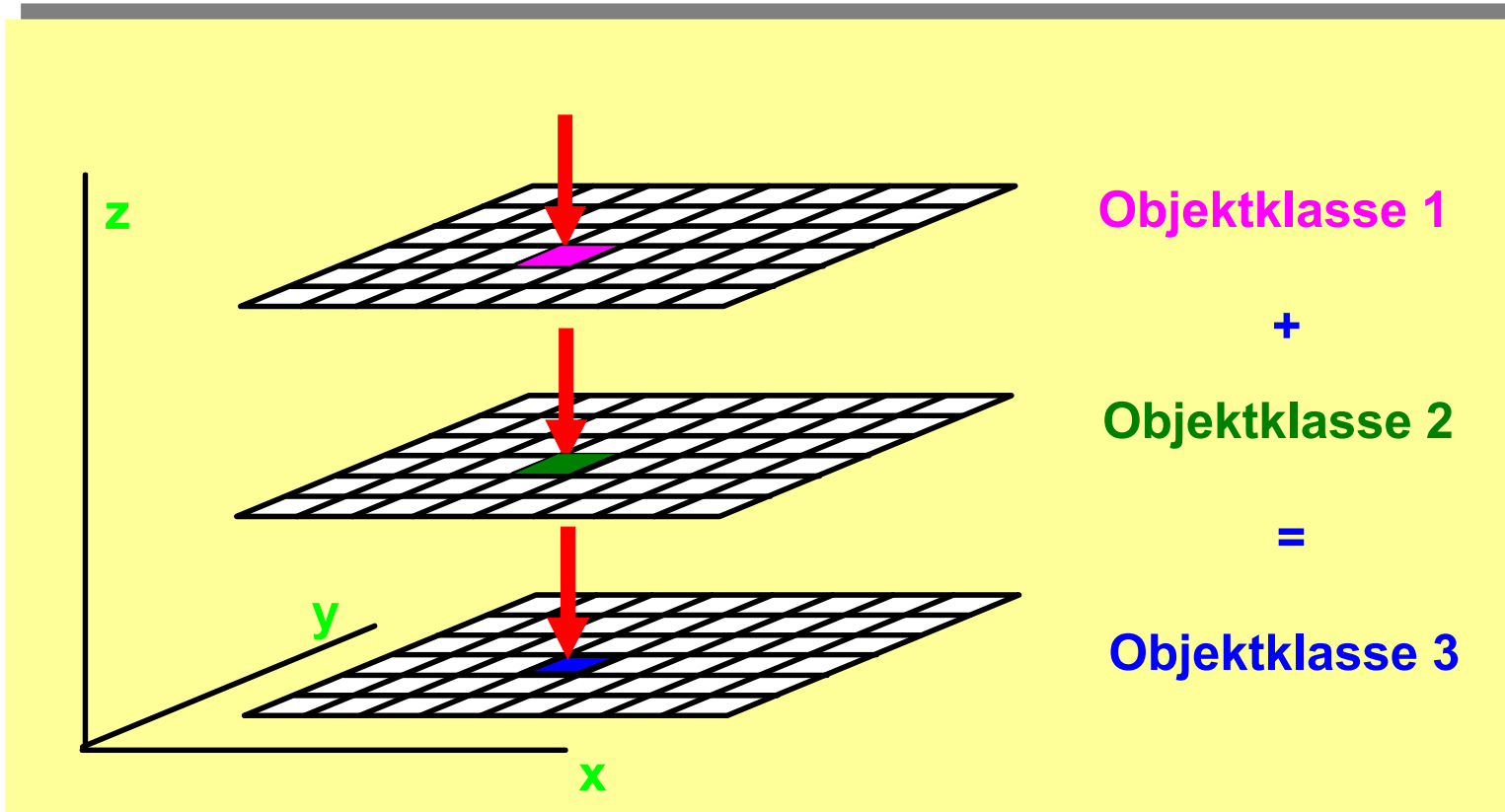
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Flächenverschnidung Raster mit Raster



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.


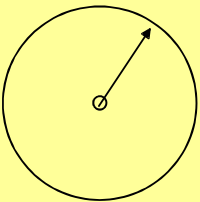
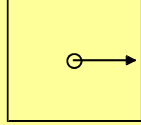
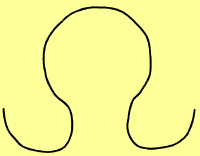
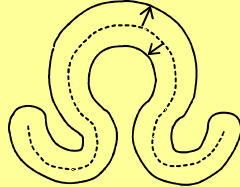
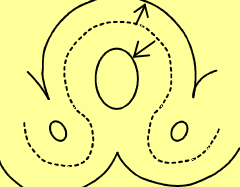

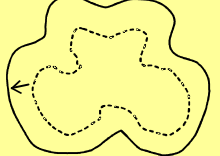

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Geometrische Grundfunktionen: Pufferbildung/Zonengenerierung

		
Punkt	Kreispufer	Quadratpufer
		
Linie	enger Puffer	breiter Puffer
		
Polygon	äußerer Buffer	innerer Buffer

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

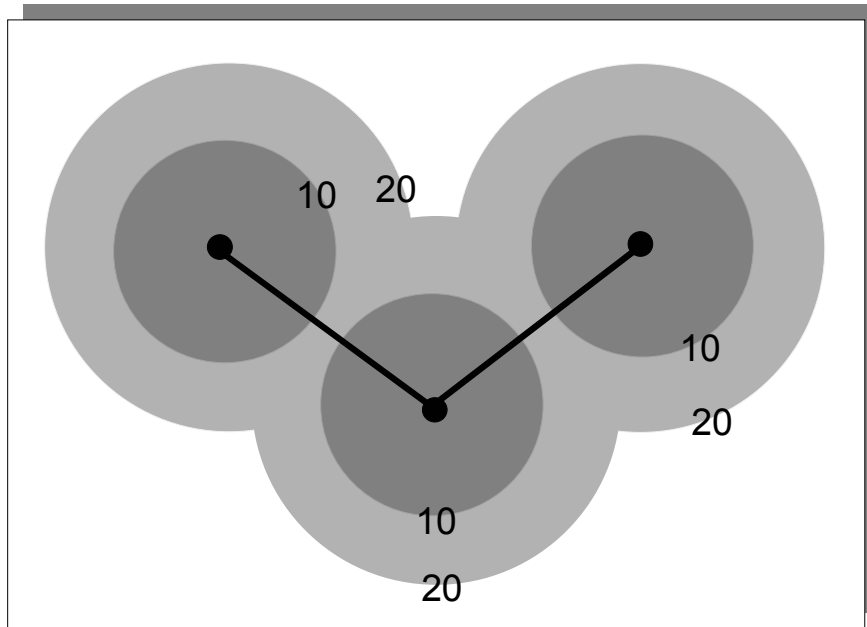
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Reisezeitenprobleme (geometrisch)



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

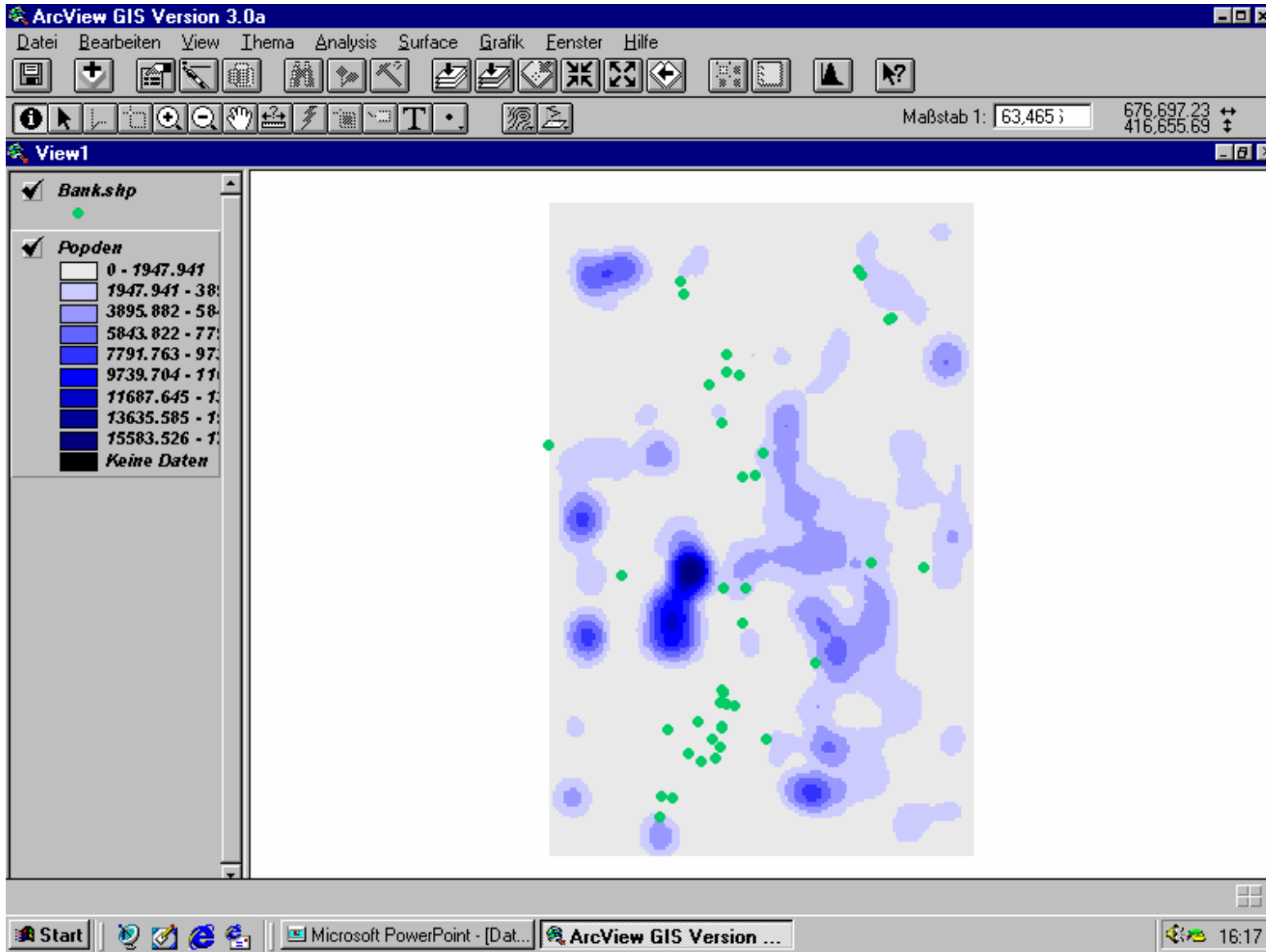
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Erreichbarkeiten von Bankfilialen (grün - Bankfilialen, blau - Bevölkerungsdichte)



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

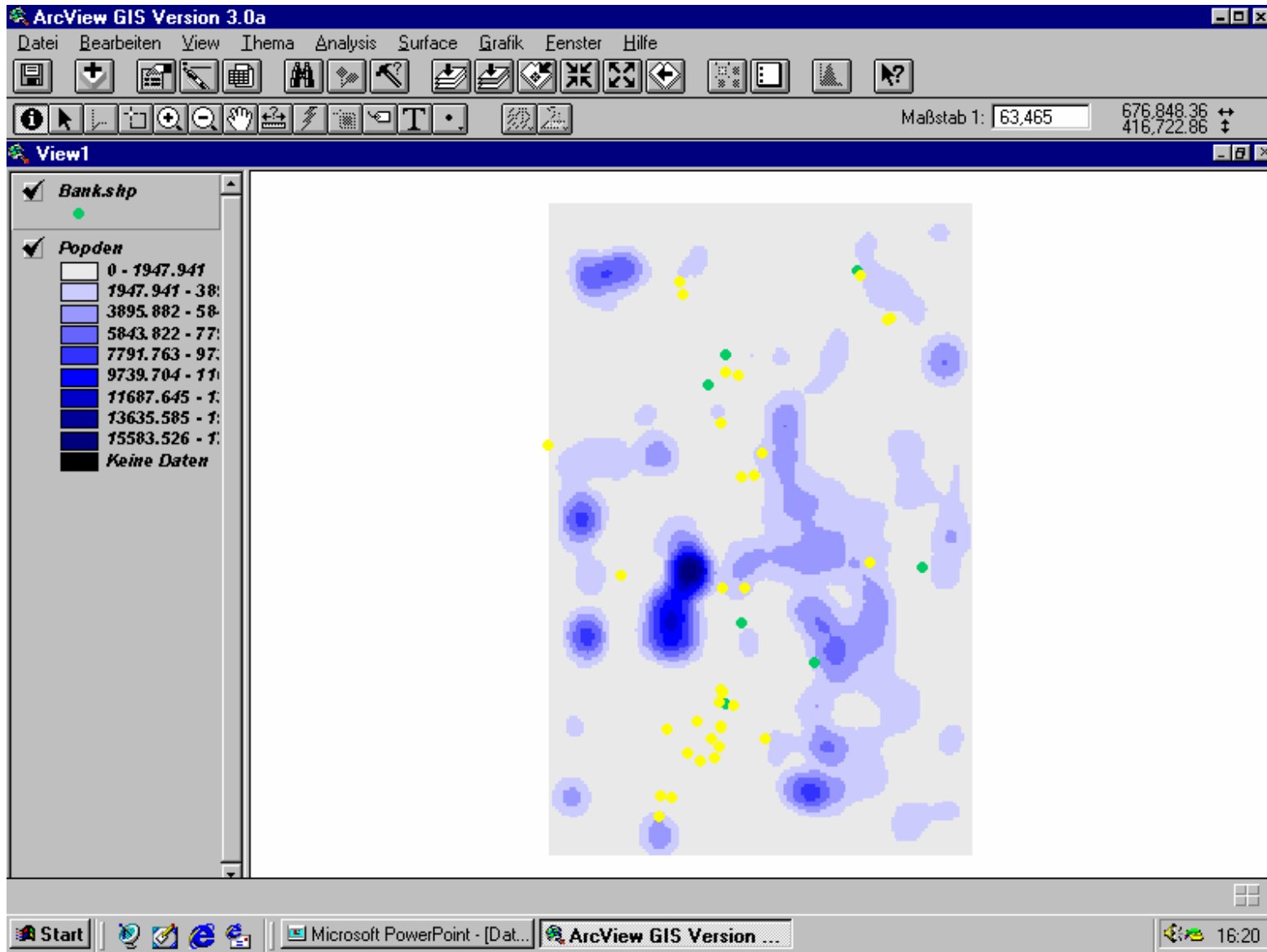
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Bankfilialen mit mehr als 10 Mill. \$ Privateinlagen



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

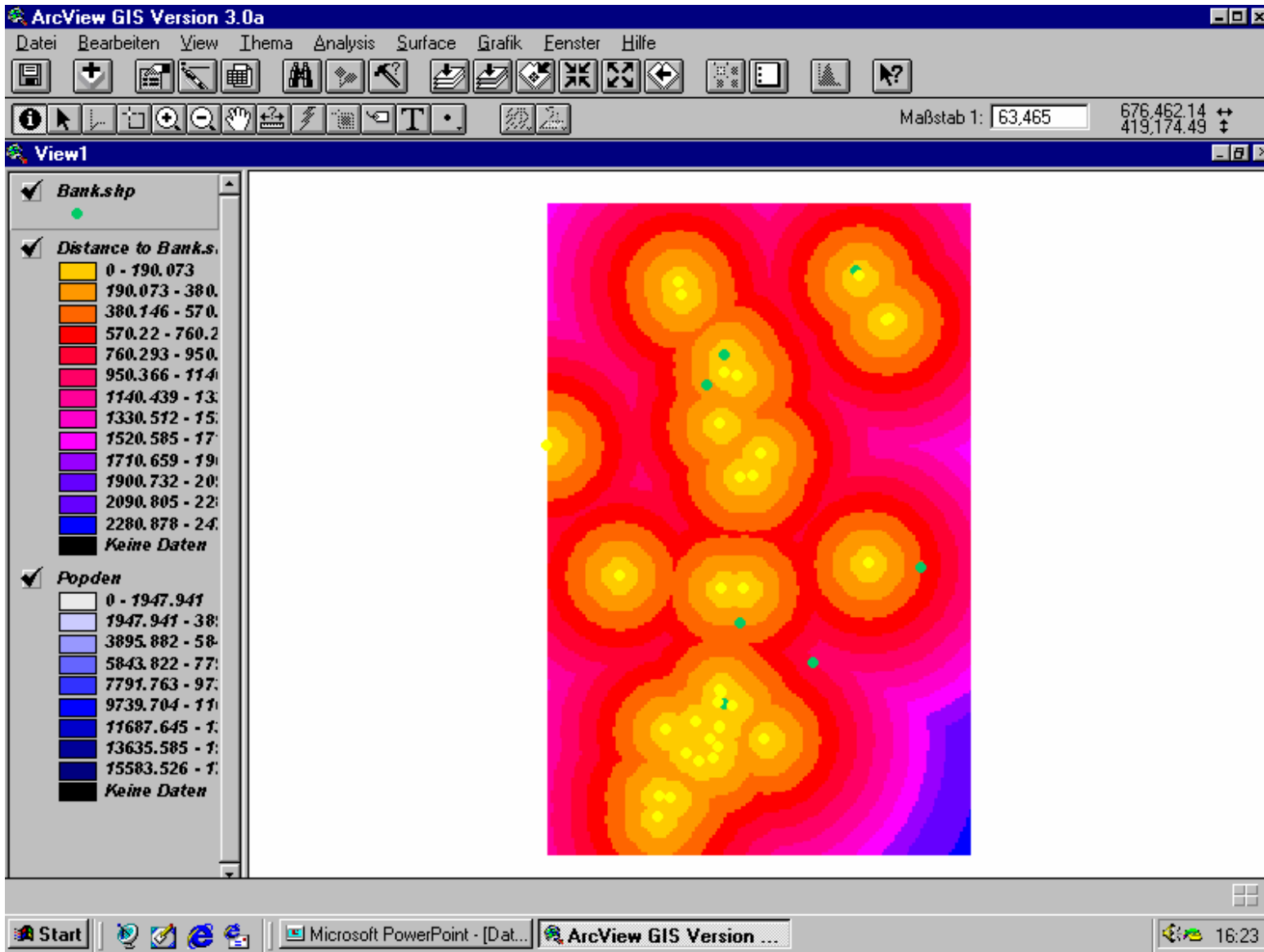
Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

Abstandskarte zu Banken >10 Mill. \$ Privateinlagen



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

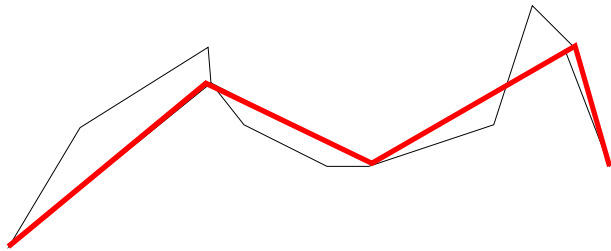
Statistische M.

Modelle

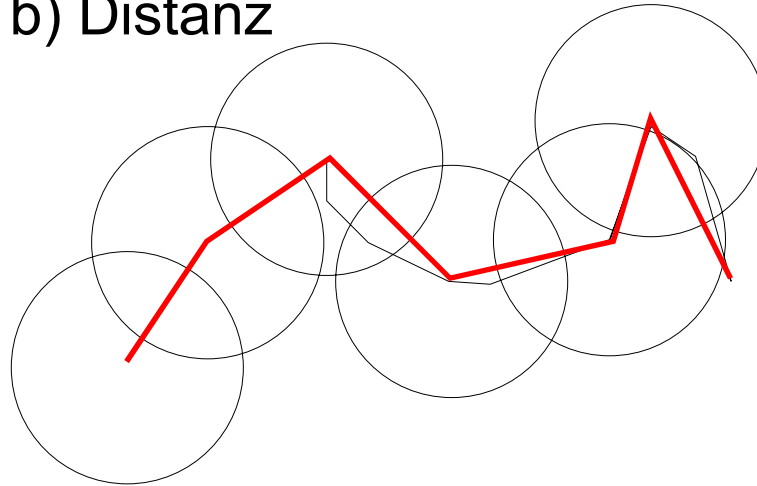
Linienglättung resp. Linienausdünnung

Analyse

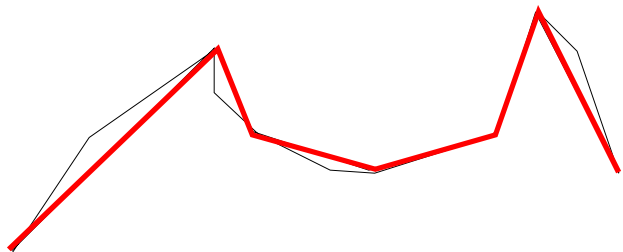
a) n-ter Punkt (n=3)



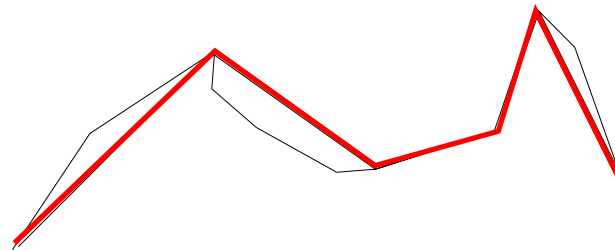
b) Distanz



c) Krümmung



d) Douglas-Peucker Version 1



Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

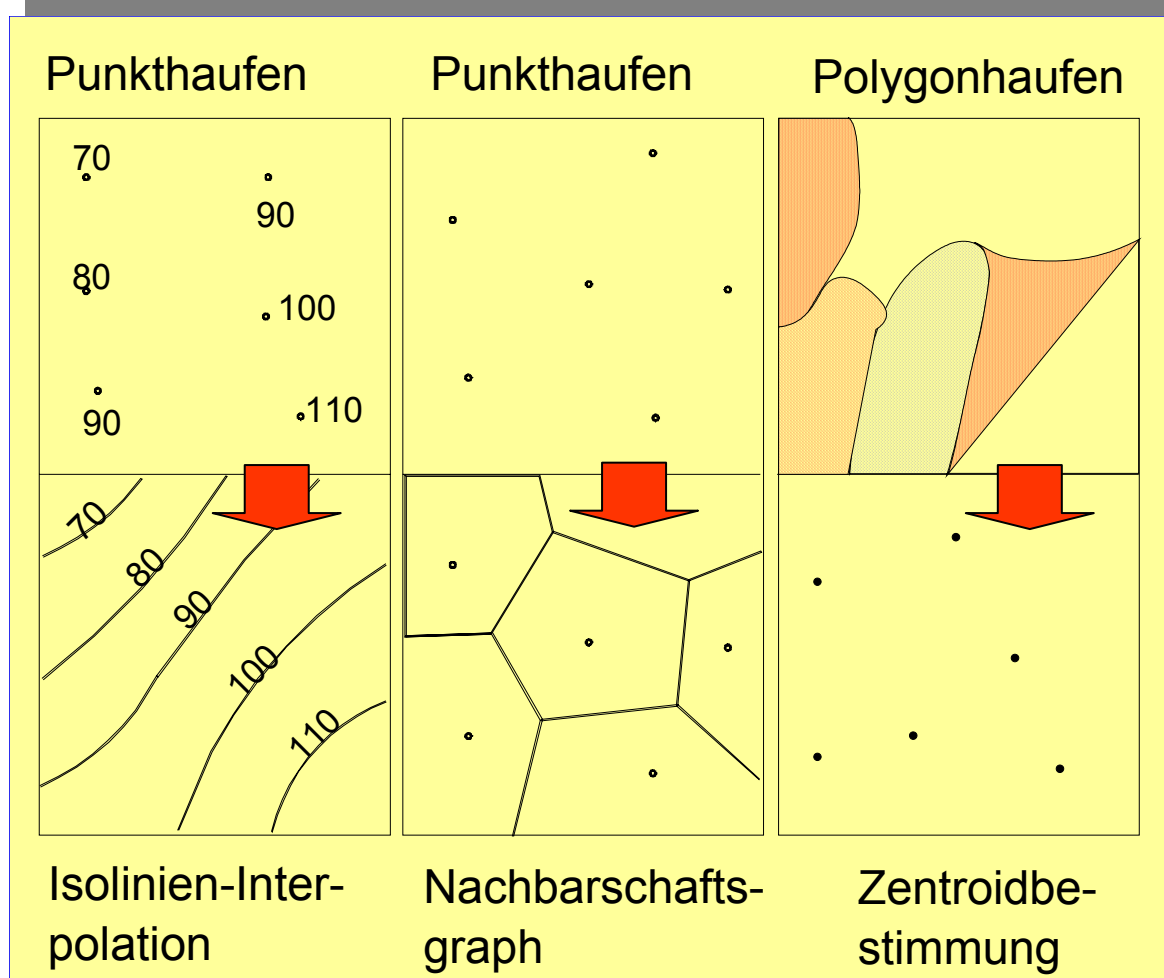
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Interpolation, Nachbarschaftsgraphen und Zentroidbestimmung



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

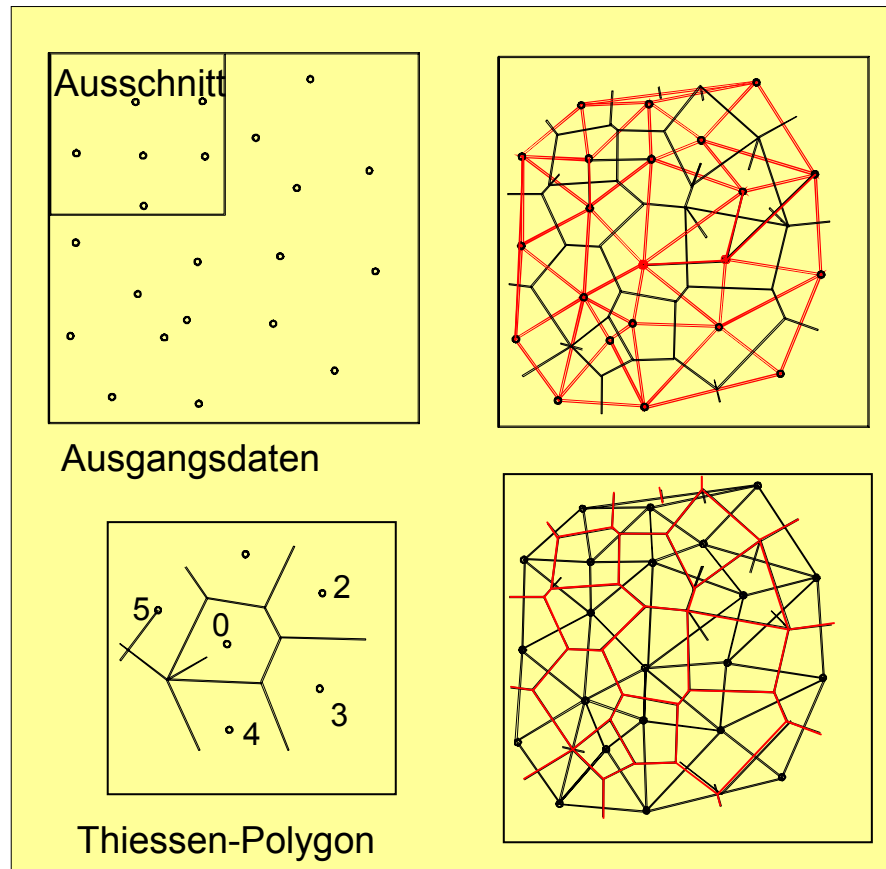
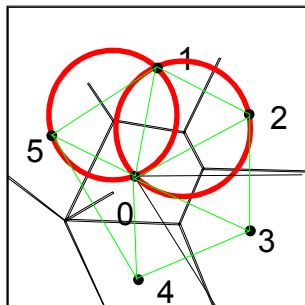
Modelle



Delaunay-Triangulation/Thiessen-Diagramme

(auch Voronoi-Diagramme oder Dirichlet-Tesselationen)

Prinzip:
Umkreis um drei Punkte
beinhaltet keinen weiteren
Punkt mehr



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Dreiecksvermaschungen

- Abschätzformel :

-> Anzahl der Dreiecke = $2n-b-2$

n = Anzahl der Punkte,
 b = Anzahl der Punkte auf Rand

- Algorithmen zur Dreiecksvermaschung : R. Sedgewick (1984)

- Theorie zur Delaunay-Triangulation : B. Delaunay (1934)

- Satz von M.I. Shamos und D. Hoey (1975) :

Zwei Punkte in einer Punktmenge sind genau dann benachbart,
wenn sie eine gemeinsame Seite des Thiessendiagramms besitzen.

- Eigenschaften der Delaunay-Triangulation :

- Innerhalb des Umkreises um ein Delaunay-Dreieck liegt kein weiterer Punkt.
- Dreiecke des Gebietes überlappen sich nicht.
- Gebiet wird durch konvexe Hülle umgeben.
- Delaunay-Triangulation ist eindeutig (unabh. von Bearbeitungsfolge)

- Algorithmus von D.T. Lee und B.J. Schachter (1980) nach der Divide and Conquer-Strategie :

- Füge Punkte des Gebietes in k-D-Baum ein.
- Trianguliere Teilgebiet in k-D-Zweig.
- Schließe Teilgebiete zusammen, bilde obere und untere gemeinsame Tangente der Teilbereiche.
- Vermasche Teilbereiche zwischen beiden Tangenten und dem Rand der existierenden Vermaschung neu.
- Danach ist das gesamte Gebiet nach Delaunay trianguliert.

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Nachbarschaftsgraphen im Rasteransatz

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

a) Originalmatrix

b) Abstandstransformation

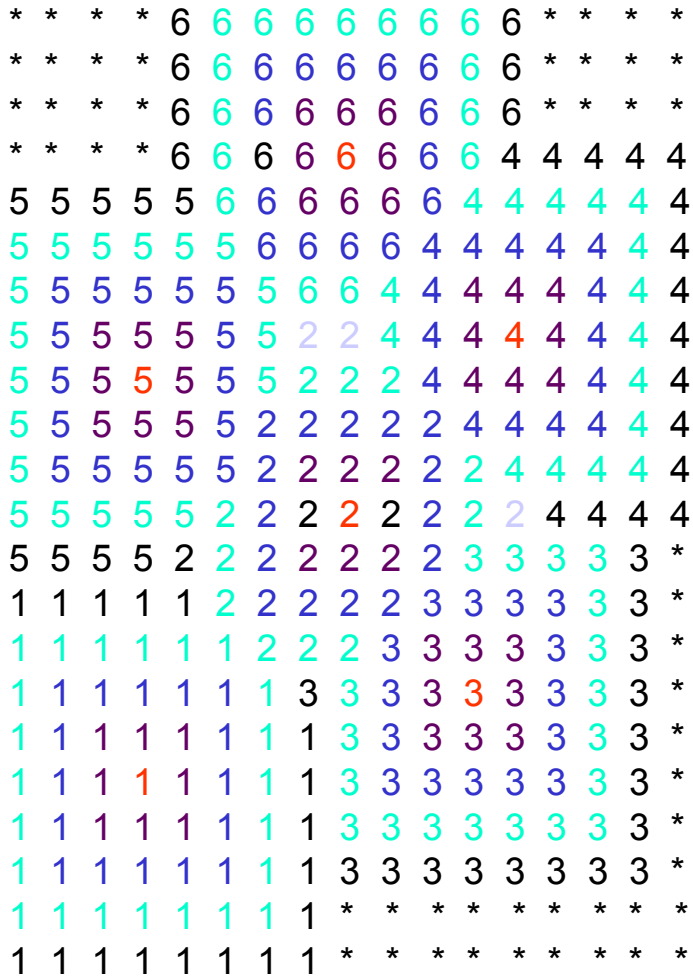
c) Mittelachsen-
transformation

- - - - -	18 15 12 11 10 9 10 11 12 15 18 21	- - - - -
- - - - -	17 14 11 8 7 6 7 8 11 14 17 20	- - - - -
- - - - -	16 13 10 7 4 3 4 7 10 13 16 19	- - - - -
- - - - 0 - - - - -	14 12 9 6 3 0 3 6 9 12 15 18	- * - - - 0 - - - - -
- - - - -	11 10 9 7 4 3 4 7 10 13 16 17	- - * * - - - - * * -
- - - - -	8 7 6 7 7 6 7 8 11 12 13 14	- - - * * - - - * * * -
- - - - -	7 4 3 4 7 9 10 11 10 9 10 11	- - - * * * * * - - -
- - 0 - - - - -	6 3 0 3 6 9 11 8 7 6 7 8	- - 0 - - - * - - - - -
- - - - -	7 4 3 4 7 10 10 7 4 3 4 7	- - - - * * - - - - -
- - - - - 0 - - - - -	8 7 6 7 8 11 9 6 3 0 3 6	- - - - * - - - 0 - -
- - - - -	11 10 9 10 11 12 10 7 4 3 4 7	- - - - * - - - - - -
- - - - -	14 13 12 13 14 14 11 8 7 6 7 8	- - - - * * - - - - -

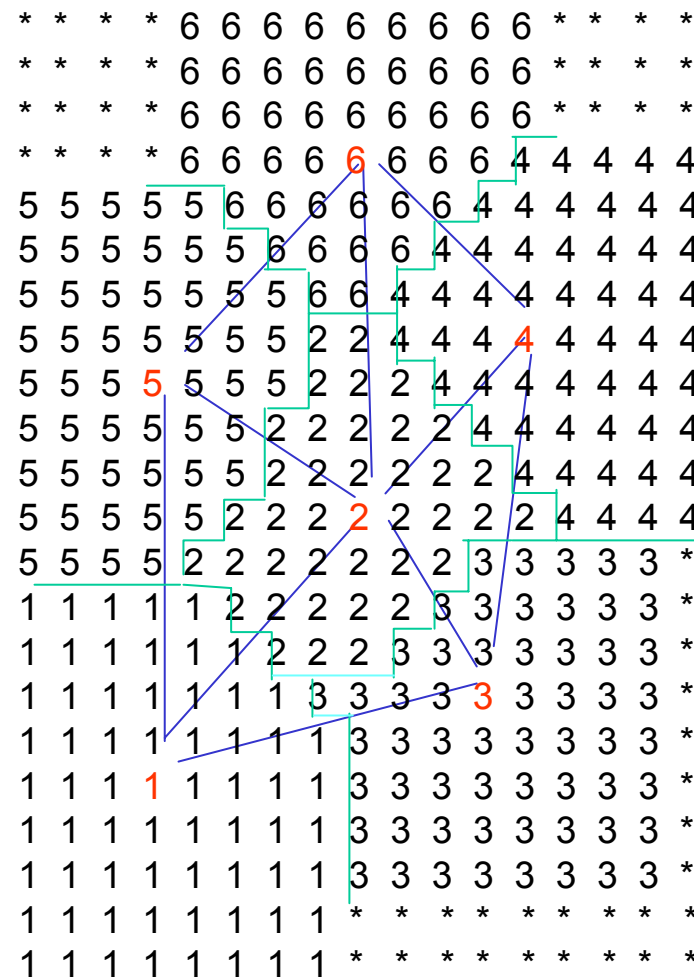


Nachbarschaftsgraphen im Rasteransatz

Punktverteilung



Nachbarschaftsgraph



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Quasi-Thiessen
Mengenmethoden
Diagramm

Statistische M.

Modelle

Ausgangspunkt
Abstand 1
Abstand 2
Abstand 3
Abstand 4



Topologische Datenanalysemethoden

- Metrik
- Adjazenz und Inzidenz
- Kürzeste Wege
- Floyd-Warshall-Algorithmus
- Dijkstra-Algorithmus
- Beste Wege, beste Standorte, Travelling SalesmanProblem
- ...

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

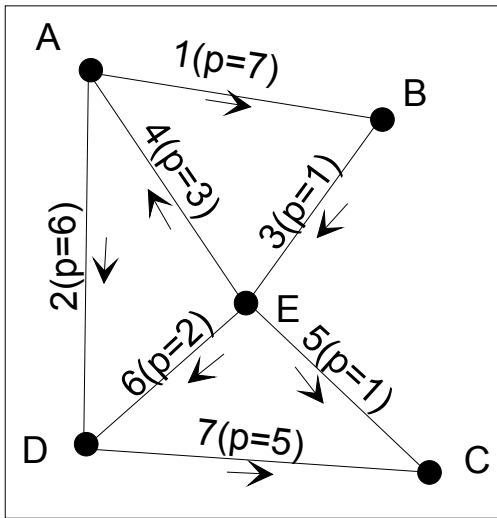
Statistische M.

Modelle



Topologische Grundlagen

Kürzeste Wegebeispiel (Floyd-Warshall-Algorithmus)



Bewertungsmatrix :

	A	B	E	C	D
A	0	7	0	0	6
B	0	0	1	0	0
E	3	0	0	1	2
C	0	0	0	0	0
D	0	0	0	5	0

Inzidenzmatrix B :

	A	B	E	C	D
1	1	-1	0	0	0
2	1	0	0	0	-1
3	0	1	-1	0	0
4	-1	0	1	0	0
5	0	0	1	-1	0
6	0	0	1	0	-1
7	0	0	0	-1	1

Adjazenzmatrix $B^T B$:

	A	B	E	C	D
A	3	-1	-1	0	-1
B	.	2	-1	0	0
E	.	.	4	-1	-1
C	.	.	.	2	-1
D	3

Kürzeste Wegesummen nach Floyd-Warshall:

	A	B	E	C	D
A	11	7	8	9	6
B	4	11	1	2	3
E	3	10	11	1	2
C	0	0	0	0	0
D	0	0	0	5	0

Kante	von	nach	Gewicht
1	A	B	7
2	A	D	6
3	B	E	1
4	E	A	3
5	E	C	1
6	E	D	2
7	D	C	5

Mögliche Wege :

A->A via B,E =11

A->B =7

A->E via B = 8

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

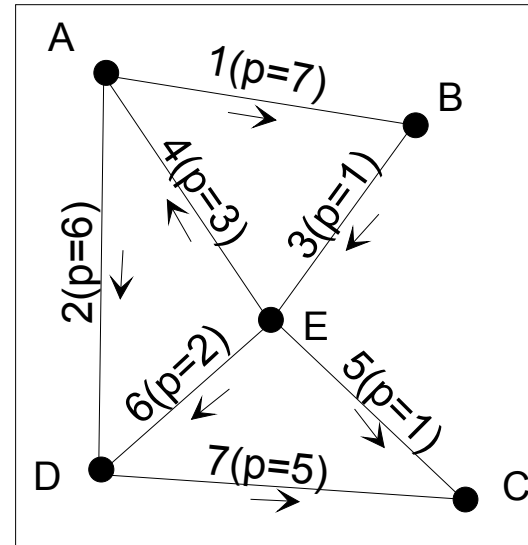
Statistische M.

Modelle



Alle Wege im Graphen

Weg von Knoten	nach Knoten	über Knoten	Gewichtssumme
A	A	B,E	11
A	B	direkt	7
A	E	B	8
A	C	B,E	9
A	D	direkt	6
B	A	E	4
B	B	E,A	11
B	E	direkt	1
B	C	E	2
B	D	E	3
C	B	E,A	11
C	A	direkt	3
E	A	direkt	10
E	B	A,B	11
E	C	direkt	1
E	D	direkt	2
C	A	-	-
C	B	-	-
C	C	-	-
C	D	-	-
D	A	-	-
D	B	-	-
D	E	-	-
D	C	direkt	5
D	D	-	-



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

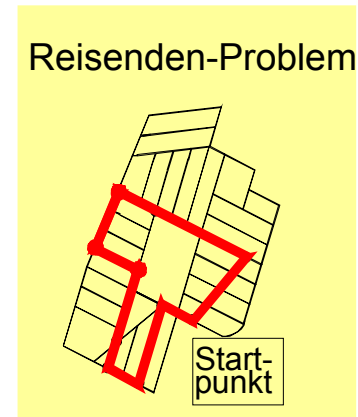
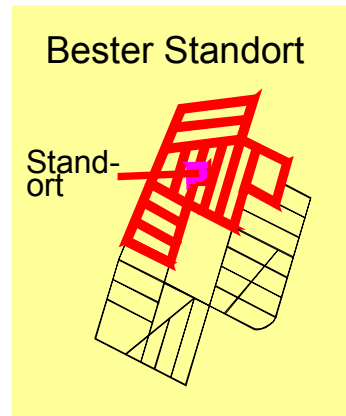
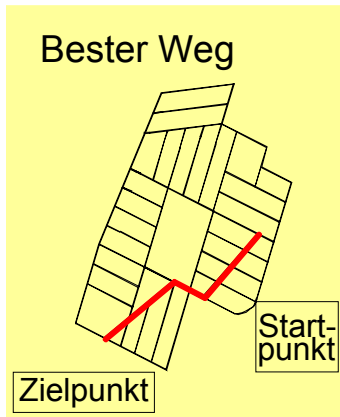
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Netzwerkanalysen - 3 Kategorien von Problemstellungen



Günstigste Wege von einem Ort zu einem anderen Ort:

- geometrisch kürzester Weg
- topologisch bester Weg
- kostengünstigster Weg

Günstigster Standort eines geplanten Objektes unter Berücksichtigung der Erreichbarkeit und der Einzugsgebiete:

- topologische Algorithmen
- Flächenverschneidung
- 2D- Median

Das Handlungsreisenden-Problem (Traveling Salesman):

- Operations research
- Lineare Optimierung
- Graphentheorie

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

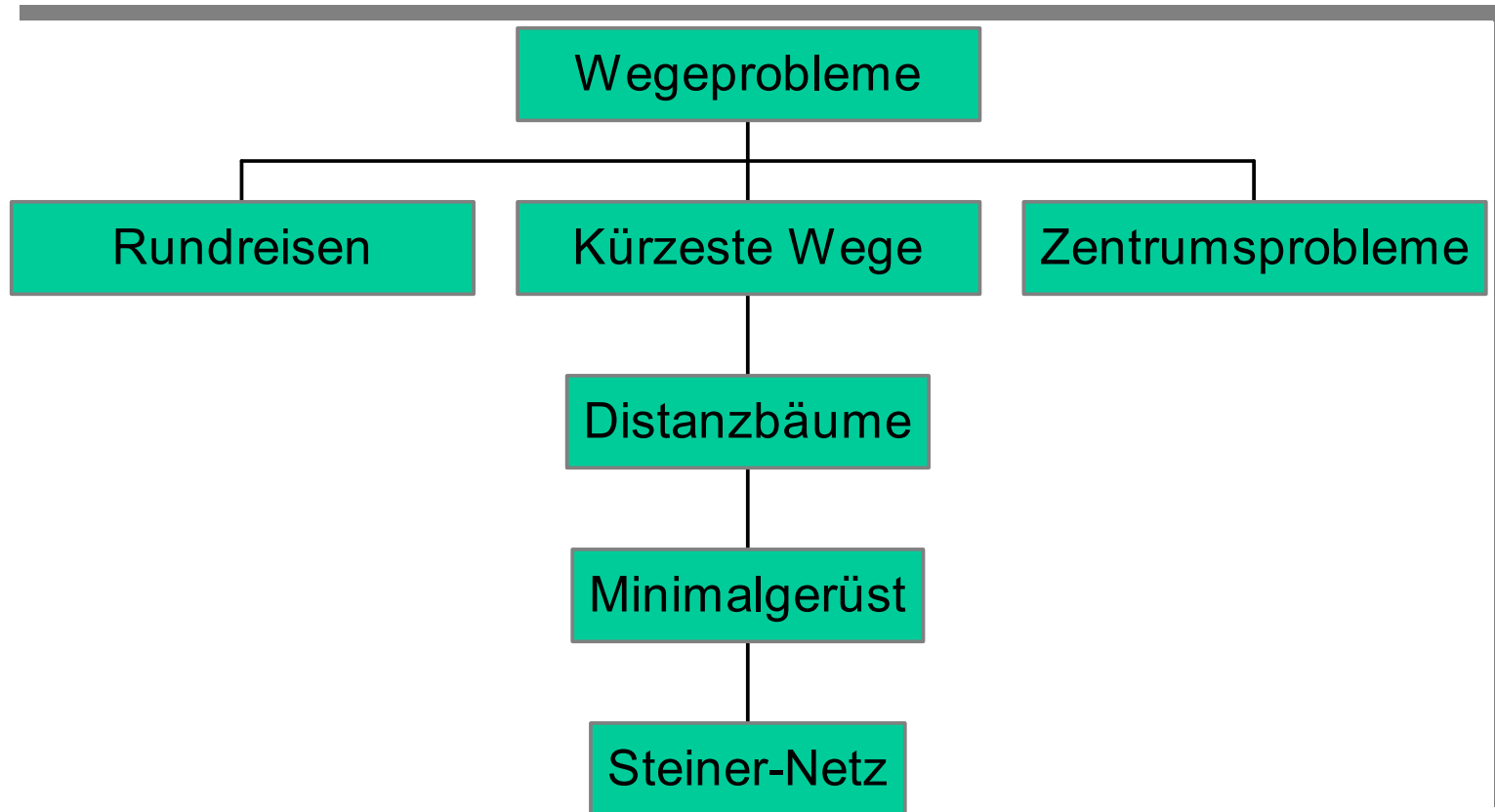
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Wegeprobleme in Netzen und Graphen



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

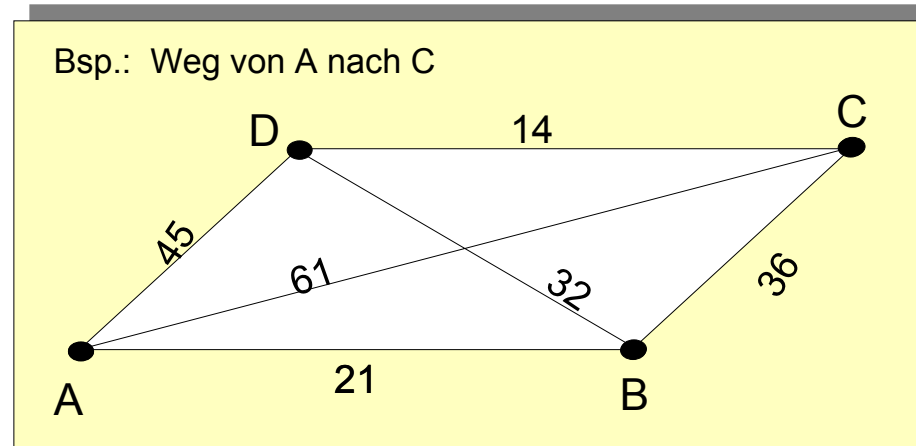
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Zielfunktionen für kürzeste Wege



- Minimiere die Entfernung (ABC=57)
 - Minimiere die Reisezeit (ABC=57)
 - Minimiere das Durchlaufen von Kreuzungen (AC=61)
 - Minimiere das Abbiegen (speziell links wegen Gegenverkehr) (AC=61)
 - Minimiere den Weg unter Berücksichtigung von Zwangspunkten (über D => ADC=59)
- => Kürzeste Wege sind von der Problemstellung abhängig
=> Anwendung in Fahrzeugnavigationssystemen

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

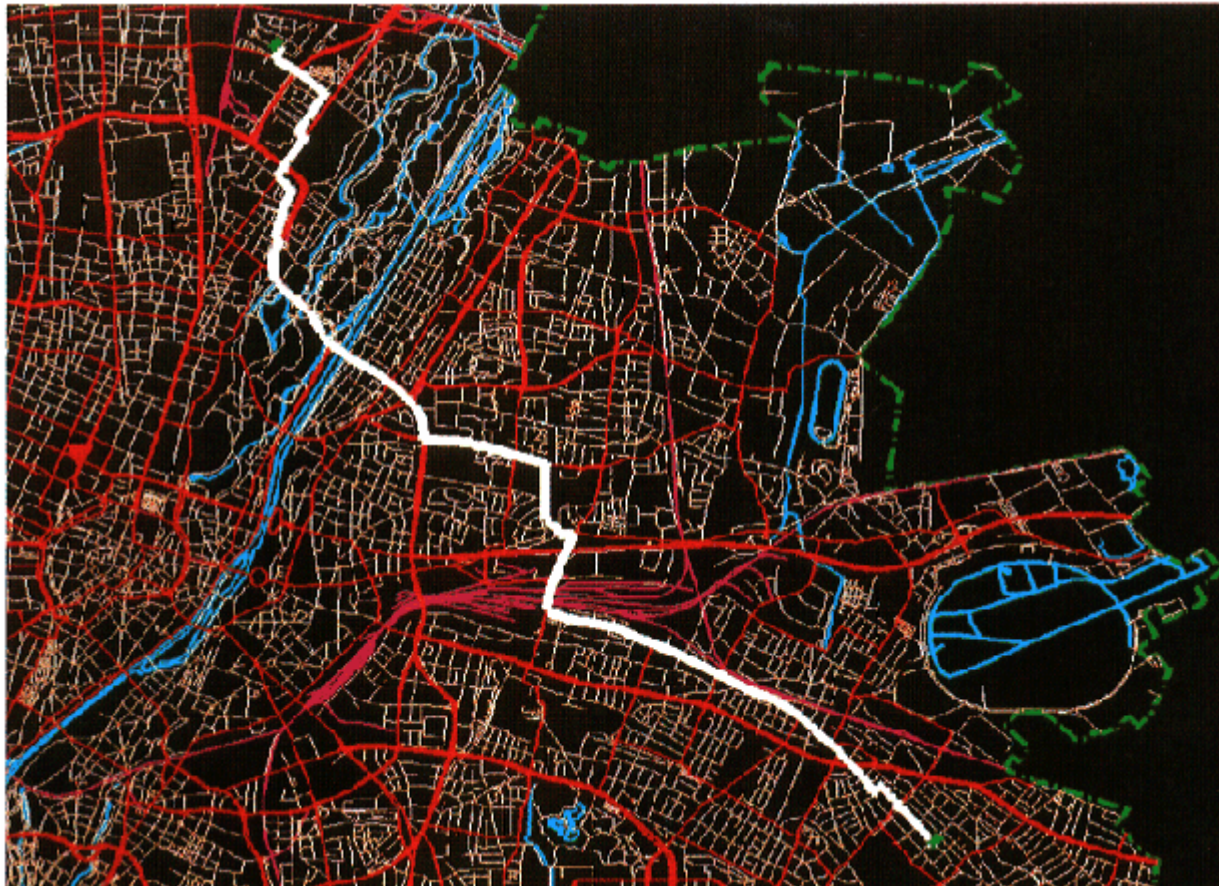
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Fahrzeugnavigation (Kürzeste Wege in einem Netz)



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

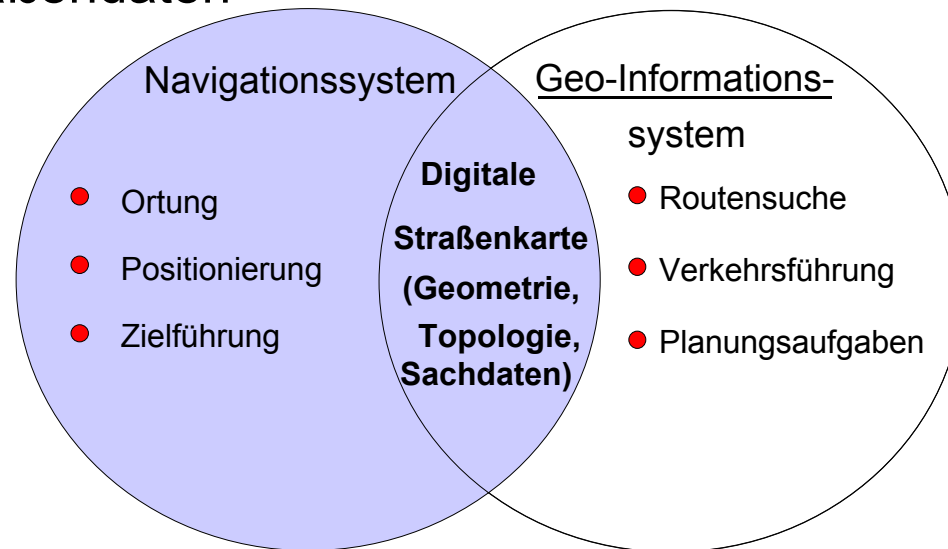
Statistische M.

Modelle



Fahrzeugnavigationssysteme

- Preise: 1000 - 4000 €
- Komponenten:
 - GPS
 - CD-ROM mit Straßendaten
 - Kompaß
 - Sprachausgabe
 - Radsensoren
 - Richtungspfeile
- Probleme:
 - Lernaufwand
 - keine aktuellen Staumeldungen
 - Tunnel-Ausfälle
 - Navigationsfehler



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

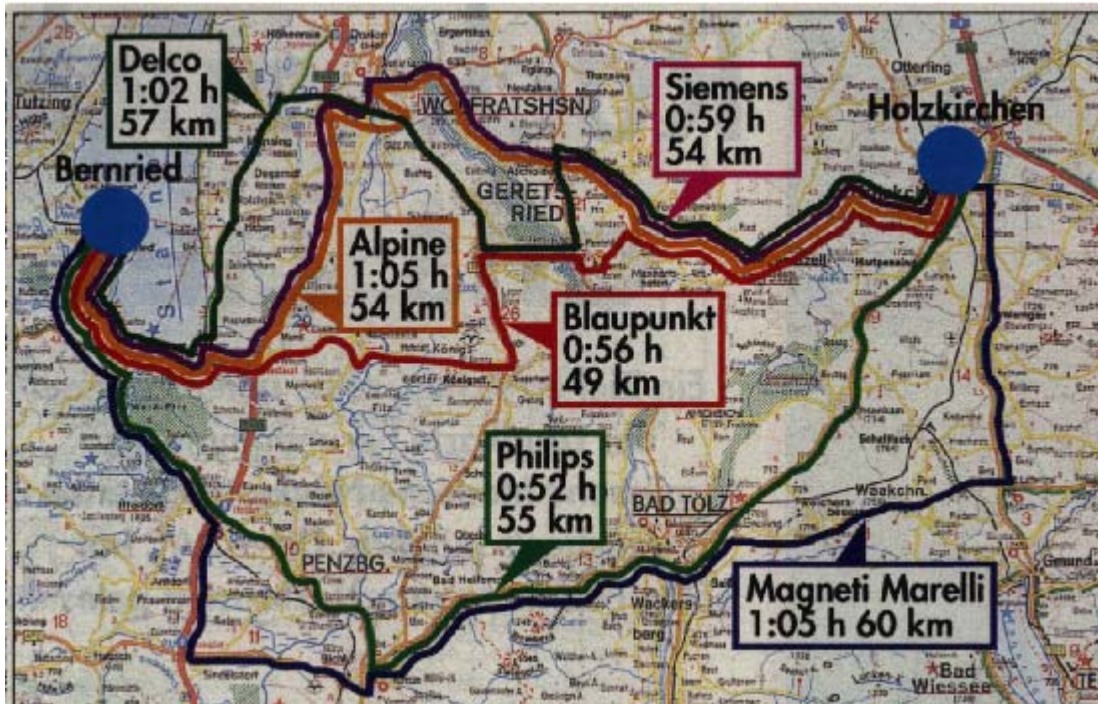
Modelle



Fahrzeugnavigationssysteme

Quelle: ADAC Motorwelt 4/97

- Blaupunkt Travel Pilot
- Alpine NVE-N 055VP
- Magneti Marelli Route Planner
- Philips Carin 520
- Siemens Auto Scout
- Delco Telepath



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Geographic Data File (GDF)

- Standard zum Austausch digitaler Daten für Fahrzeugnavigationssysteme in Europa
- GDF 1.0 - 1988 (Eureka)
- GDF 2.0 - 1990 (Drive I - EDRM, PANDORA)
- GDF 2.1 - 1993 (Drive II - EDRM II)
- CEN TC/278 - Normierung von GDF

=> europaweiter Datensatz verfügbar

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

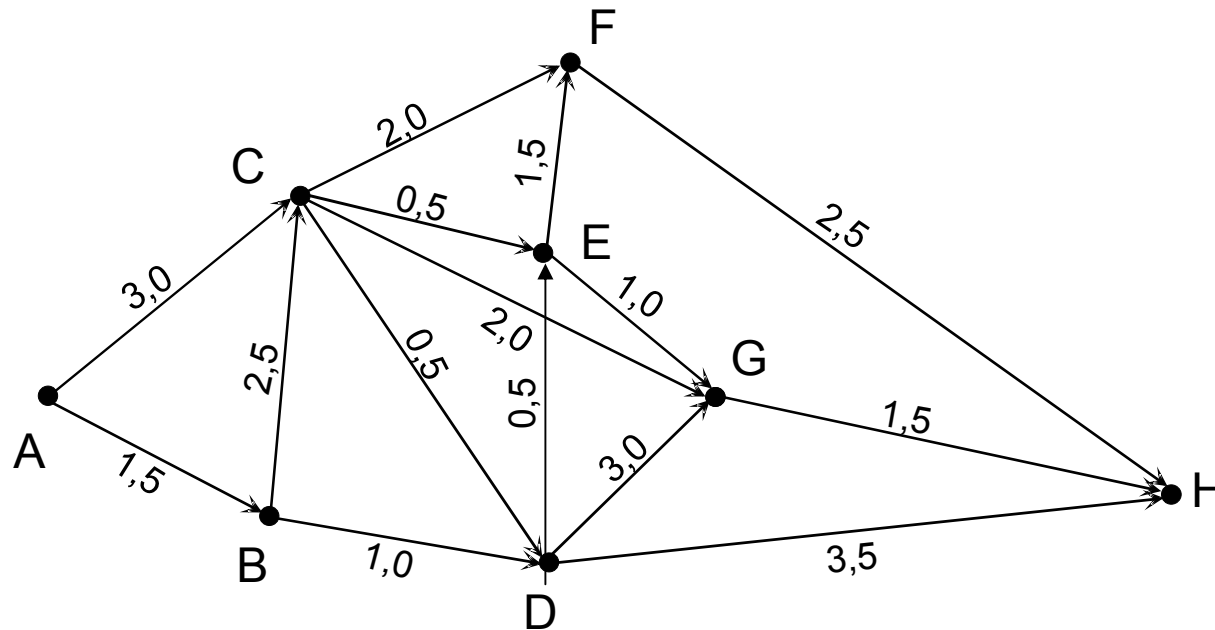
Statistische M.

Modelle



Kürzester Weg zwischen 2 Knoten

Beispiel: Bergwanderung soll von A zur Hütte H führen. Bewertung ist Gehzeit in [h]. Von D nach E führt Sessellift. Welches ist die kürzeste Gehzeit von A nach H.



Lösung: Schrittweises Vorgehen
Kumulation von sequentiellen kürzesten Weglängen

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



noch kürzester Weg zwischen 2 Knoten

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

Schritt	Knoten	Nachbarn	Wege und Weglängen
1	A(0)	B, C	L(AB)=1,5 ; L(AC)=3,0
2	B(1,5)	C, D	L(ABC)=4,0 ; L(ABD)=2,5 ; L(ACD)=3,5
3	D(2,5)	E,G,H	L(ABDE)=3,0 ; L(ABDG)=5,5 ; L(ACDH)=6,0 L(ACE)=3,5; L(ACG)=5,0
4	E(3,0)	F, G	L(ABDEF)=4,5 ; L(ABDEG)=4,0 ; L(ACF)=5,0 L(ACG)=5,0
5	G(4,0)	H	L(ABDEGH)=5,5 ; L(ABDH)=6,0 L(ACFH)=8,5
6	H(5,5)	-	

Der kürzeste Weg von A nach H ist ABDEGH = 5,5 Stunden



Kürzester Weg mit ArcView Network Analyst

Route2

Total route cost: 4.068 km

Label	kilometers
Graphic pick 1	0.000
1763 Polk St.	4.068

Find best order
Return to origin
Directions...
Load Stops...
Save Stops...
Properties...

Number of stops: 2

Directions

Starting from Graphic pick 1
Turn left onto I 80
Travel on I 80 for 0.681 km
Turn right onto THE EMBARCADERO
Travel on THE EMBARCADERO for 0.990 km
Turn left onto CLAY
Travel on CLAY for 2.336 km
Turn right onto POLK
Travel on POLK for 0.060 km
Turn left into 1763 Polk St.

Total distance traveled is 4.068 km

Print...
Save as...
Properties...

Weglänge
Start- und Ziel-punkt
Wegbe-schreibung

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

Tripelalgorithmen

- Sei K endlich und angeordnet $K := (v_1, \dots, v_n)$, $G = (K, \beta)$ ein gewichteter Graph ohne parallele Kanten, $\beta \geq 0$
- Methode : Vergleiche die Länge aller Kanten von $G (K, \beta)$ mit den Längen aller möglichen Umwege und senke Gewicht der Kante, falls Umweg kürzer ist

Algorithmus:

For $i := 1$ to n do

for $j := 1$ to n do

for $k := 1$ to n do

$$\beta(v_j, v_k) := \min \{ \beta(v_j, v_k), \beta(v_j, v_i) + \beta(v_i, v_k) \}$$

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

Noch Tripelalgorithmus

modifizierter Tripelalgorithmus von Dantzig:

For $i:= 1$ to n do

for $j:= 1$ to $i-1$ do

for $k:= 1$ to $i-1$ do

$$\beta(v_j, v_k) := \min \{ \beta(v_j, v_k), \beta(v_j, v_i) + \beta(v_i, v_k) \}$$

- Satz: Der Tripel-Algorithmus berechnet alle kürzesten Wege im Graphen
- Beweisskizze:
 - 1.) Resultat des Algorithmus ist unabhängig von der Anordnung v (durch Induktion)
 - 2.) $\beta(u,v) = d(u,v) \quad \forall u,v$
- Zeitbedarf: $O(n^3)$

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

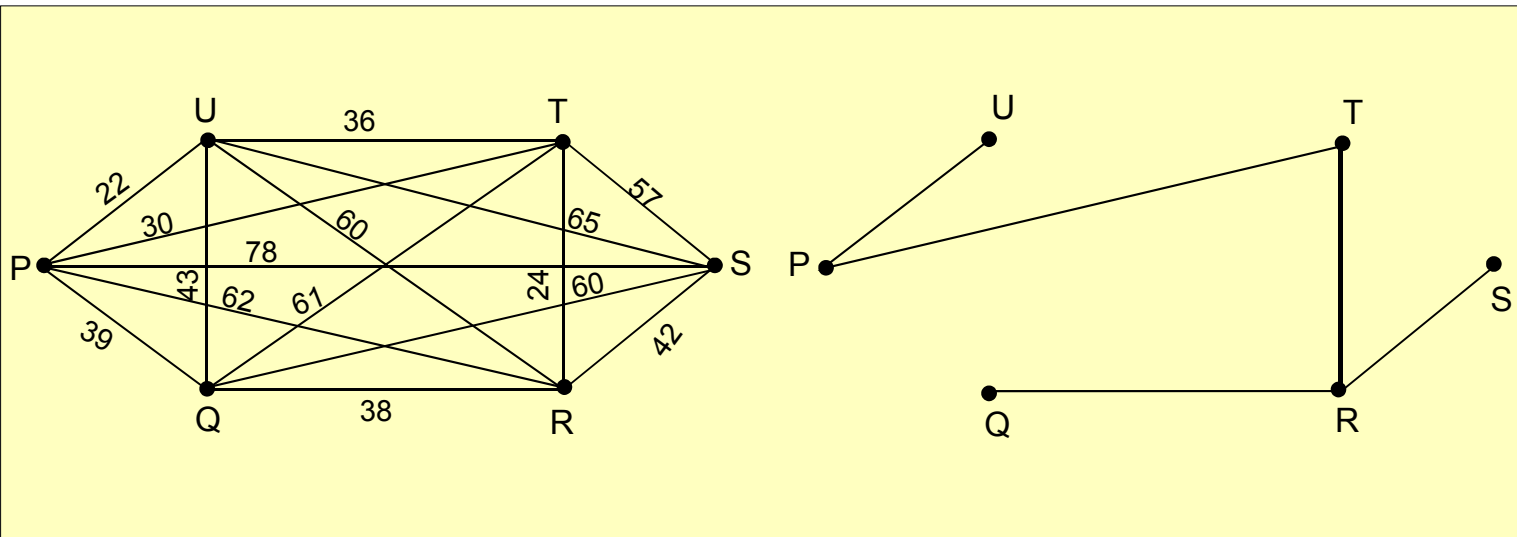
Statistische M.

Modelle



Minimales Gerüst

- Beispiel: 6 Städte werden mit Glasfaserleitungen vernetzt.
- Ziel: Alle Städte miteinander verbinden bei minimalen Kosten



- Lösung: Ordnen der Kanten nach Bewertung
 - PU(22), RT(24), PT(30), TU(36), QR(38), PQ(39), RS(42), QU(43), ST(57), RU(60), QT(61), PR(62), SU(65), PS(78), QS(84)

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



noch minimales Gerüst

- Entsteht ein Kreis, entsprechende Kante weglassen
- PU, RT, PT, (TU weglassen), QR, (PQ weglassen), RS
- Reihenfolge ist ein Minimalgerüst

Definition : Gegeben ist ein zusammenhängendes Netz (E,K) bzw. planarer Graph, bei dem jede Kante $k_i \in K$ mit $d_i \geq 0$ bewertet ist. Ein Gerüst mit den Kanten k_1, k_2, \dots, k_r heißt Minimalgerüst, wenn $\sum_{i=1}^r d_i$ minimal ist.

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

Travelling-Salesman-Problem



Finden einer Rundreisroute mit folgenden Annahmen:

Start- und Zielort der Rundreise identisch
einmaliger Besuch verschiedener Städte in beliebiger Reihenfolge

Direktverbindungen nicht zwischen allen Orten vorhanden

Ergebnis: optimale Rundreise

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Beispiel: Datenanalyse im MM-GIS-Tutor

Analyse

Lektion Datenanalyse des Lernprogrammes "Eine Einführung in GIS"

Traveling Salesman Problem

[Mecklenburg-Vorpommern interaktiv](#)

[Der Algorithmus](#)

[Eigene Beispiele selbst gerechnet](#)

[Zurück zur Übersicht der topologischen Datenanalyse](#)

Bearbeitungszeit
Drucken Datum
Editor Rechner

Die Länge der Rundreise beträgt 522 Kilometer.
Die [Entfernungsmatrix der Rundreise ansehen](#).

Topologische Methoden - Traveling Salesman Problem
Mecklenburg-Vorpommern interaktiv - eigene Rundreisen

Ende

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

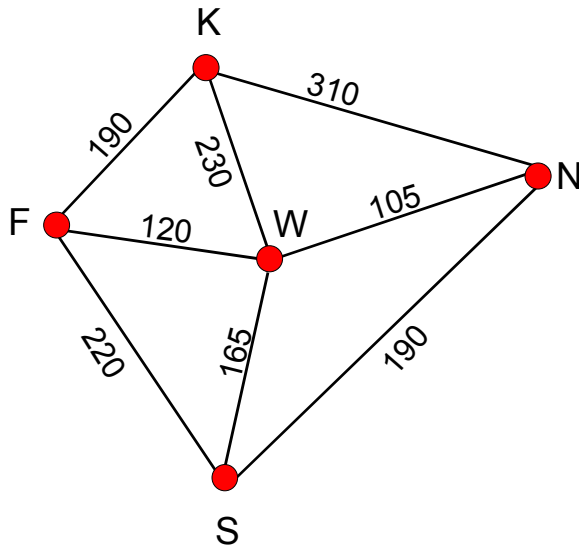
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

Rundreiseproblem

- Beispiel: Geschäftsreisender soll von Frankfurt (F) aus mit Auto die Städte Kassel (K), Nürnberg (N), Stuttgart (S) und Würzburg (W) besuchen und anschließend nach F zurückkehren



$R_3 = \min ?$

R : F - K - N - W - S - F

$$190+310+105+165+220=990$$

R : F - K - N - S - W - F

$$190+310+190+165+120=975$$

R : F - K - W - N - S - F

$$190+230+105+190+220=935$$

R : F - W - K - N - S - F

$$120+230+310+190+220=1070$$

R : F - K - W - S - N - F

$$190+230+165+190+225=1000$$

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



noch Rundreiseproblem

- Allgemein gilt (vollständiges Netz (Graph) mit n Ecken)
- $n \rightarrow 1/2 \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = 1/2(n-1)!$, $n \in \mathbb{N}$ +
- Verfahren wird bei zunehmender Anzahl n sehr aufwendig

Beispiel: Rechnerzeiten für Rundreiseproblem abhängig von n

Knoten n	6	10	11	12	13	14
Zeit t	0,001 [s]	4 [s]	40 [s]	8 [min]	2 [h]	1 [Tag]

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

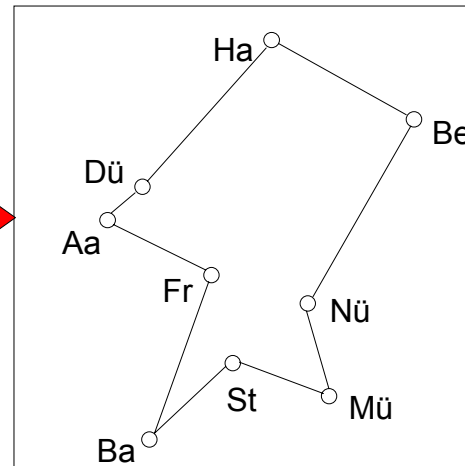
Modelle



Beispiel zum Handlungsreisendenproblem

- Gesucht ist die beste Route zu einer Rundreise über die Städte: Aachen, Basel, Berlin, Düsseldorf, Frankfurt, Hamburg, München, Nürnberg, Stuttgart
- Die Entfernungen sind auf jeweils volle 10 km gerundet in der abgebildeten Matrix gegeben.
- Die Entfernung ergibt sich durch Multiplikation mit 10.

	Aa	Ba	Be	Dü	Fr	Ha	Mü	Nü	St
Aa	0	57	64	8	26	49	64	47	46
Ba	57	0	88	54	34	83	37	43	27
Be	64	88	0	57	56	29	60	44	63
Dü	8	54	57	0	23	43	63	44	41
Fr	26	34	56	23	0	50	40	22	20
Ha	49	83	29	43	50	0	80	63	70
Mü	64	37	60	63	40	80	0	17	22
Nü	47	43	44	44	22	63	17	0	19
St	46	27	63	41	20	70	22	19	0



Lösungsansätze mittels Approximation, Graphentheorie, heuristische Verfahren, Optimierung

=> optimale und suboptimale Verfahren (D. Jungnickel, 1987)

=> Probieren aller Kombinationen $8!/2 = 20160$ mögliche

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Zentrumsprobleme - optimale Standortsuche

- Entlang einer Linie (Polygon)
- In einer Fläche
- Im Raum

=> Anwendungen in der Infrastrukturplanung

- Standorte von Firmen, Schulen, Krankenhäusern
- Standorte von Flughäfen, Kläranlagen

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Zentrumsprobleme

Standort eines Zeitungskioskes entlang einer Straße

- Gegeben: Straße in einem Wohngebiet mit den Anliegern A,B,C,D,E,F,G
- Gesucht: Standort des Kiosks, so daß Entfernung (min) zu allen Anliegern minimal wird

Lösungen/Zielfunktionen:

Mittelwert:

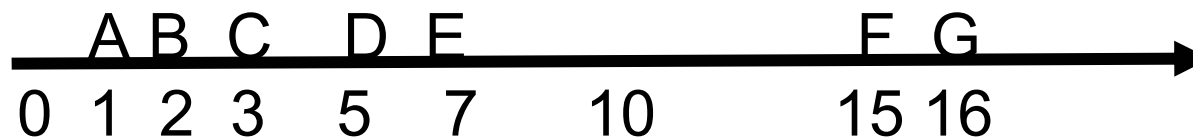
$$X = 1/7 \sum \text{pos}(i) = 7$$

Minimum der quadratischen
Entfernungen = 34

Median:

$$M = 50\text{-Quantil} = 5$$

Minimum der Absolutbeträge = 32



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

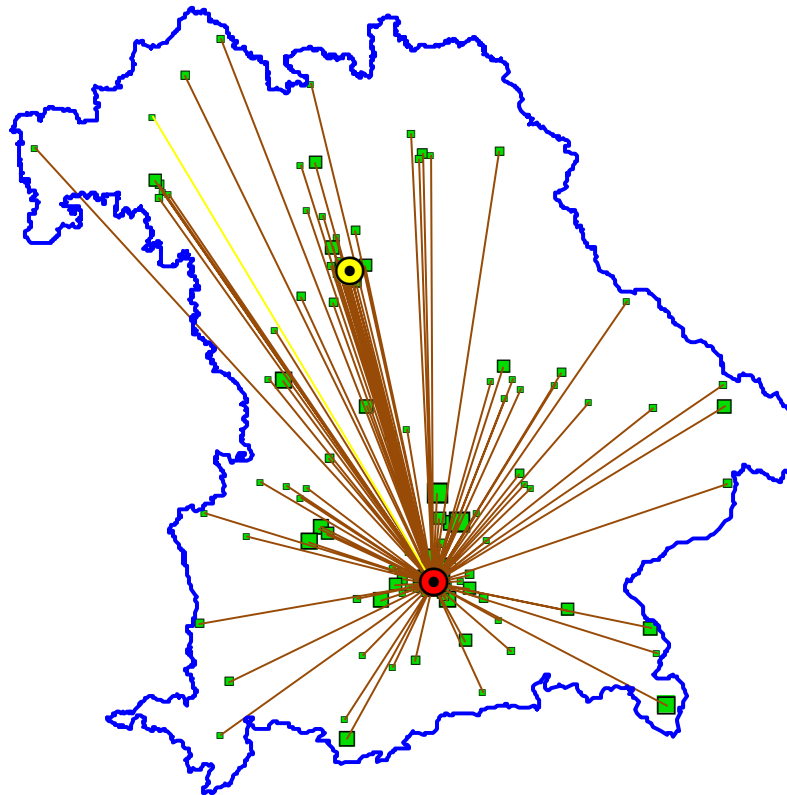
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Transportnetz Luftlinie mit Script Spiderdiagramm



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Mengenmethoden

- Mengenlehre
- Boolesche Logik
- Fuzzy-Settheorie
- Relationale Algebra
- Sortieren und Suchen
- Mathematische Funktionen
- Aggregation
- Andere

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Grundlagen der Mengenlehre

A und B seien Mengen. Dann heißt $A \cap B$ der Durchschnitt der beiden Mengen. Ihm gehören alle Elemente an, die sowohl in A als auch in B sind. Haben A und B keine gemeinsamen Elemente, so ergibt sich die leere Menge \emptyset . Die Vereinigung $A \cup B$ besteht dagegen aus den Elementen, die wenigstens in einer der beiden Mengen sind. Die Komplementärmenge \bar{A} von A enthält genau jene Elemente aus R, die nicht in A enthalten sind.

Kommutatives Gesetz :

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

Assoziatives Gesetz :

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

Absorptionsgesetz :

$$A \cup (A \cap B) = A$$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

Distributives Gesetz :

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Komplementgesetz :

$$A \cup \bar{A} = S$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

$$A \cup \bar{A} = S$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

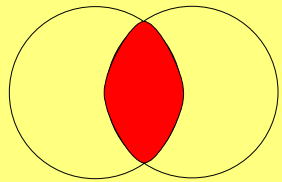
Mengenmethoden

Statistische M.

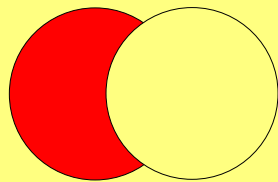
Modelle



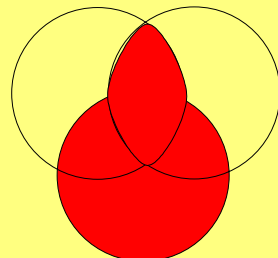
Boolesche Logik



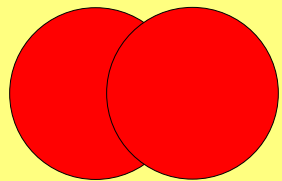
A AND B



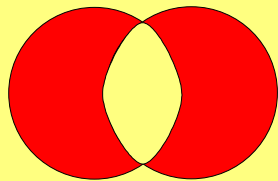
A NOT B



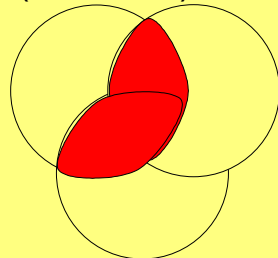
(A AND B) OR C



A OR B



A XOR B

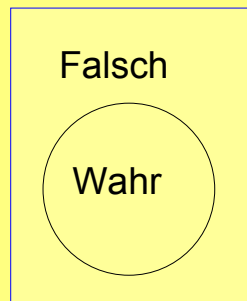


A AND (B OR C)

Wahrheitstabelle für Boolesche Operatoren

A	B	NOT A	A AND B	A OR B	A XOR B
1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	0	0

1 bedeutet "wahr"; 0 bedeutet "falsch".



- Zweiwertige Logik
- Venn-Diagramme
- Wahrheitstabellen
- Einbindung in gängige Programmierung

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Beispiel: Mengenoperationen im Raster

Identifiziere das Gebiet, welches die folgenden drei Kriterien erfüllt:

- Geeignete Bodenbedingungen
- Wassertiefe kleiner 3 m
- mehr als 200 m entfernt von Mangroven

Mathematische Voraussetzungen hinsichtlich Metrik

- Rasterzellengröße ist 200 m
- Schachbrettdistanz bzw. N.8-Nachbarschaft

Bodenbedingungen (1=gut, 0=schlecht oder keine Daten)	Wassertiefe in m	Mangroven (1=Mangroven, 0=keine, 2= 200m-Zone)	Resultat (1=true, 0=false)
0 0 1 1 1 1	0 1 2 3 4 4	1 1 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0
0 1 1 0 1 1	0 1 2 3 4 4	1 1 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0
0 0 1 0 1 1	0 1 2 2 3 3	0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0
0 0 1 0 0 1	0 1 1 2 2 2	0 0 0 0 0 0	0 0 1 0 0 1
0 0 0 0 0 1	0 0 1 1 1 1	0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0	0 1 1 0 0 0	0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0	1 1 1 0 0 0	0 0 0 0 0 0

AND

AND

=

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

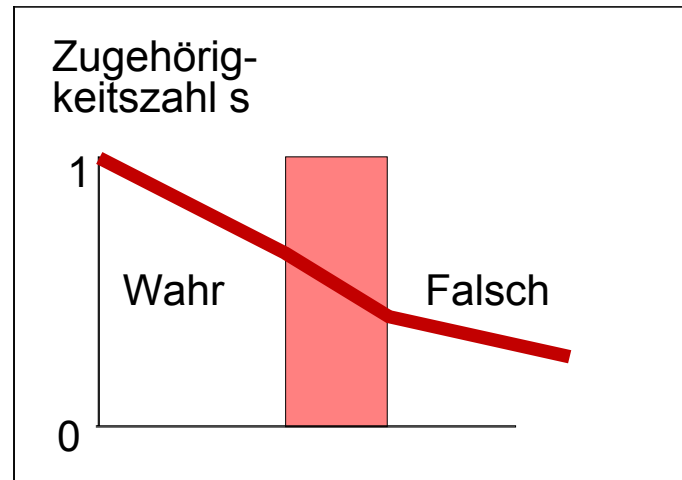
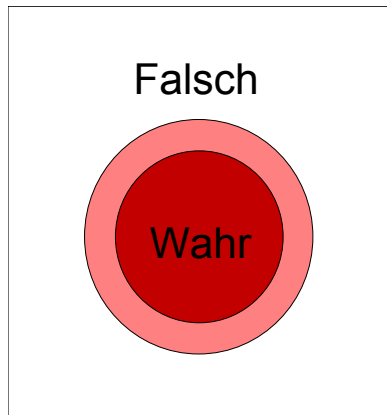
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



- Mehrwertige Logik (Fuzzy-Sets)

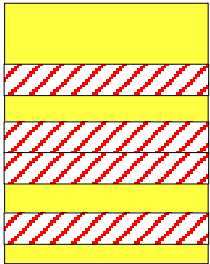


If (A mit $s=x$) AND (B mit $s=y$) THEN (C mit $s=z$)

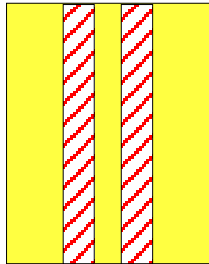


Relationale Operatoren

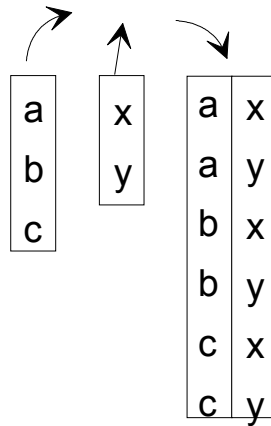
Selektion



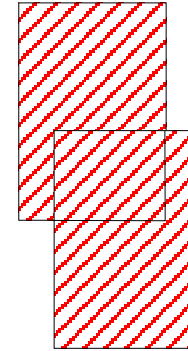
Projektion



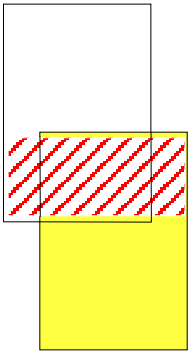
Produkt



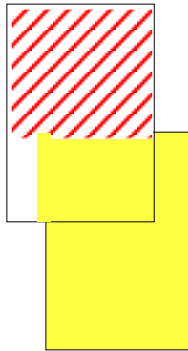
Vereinigung



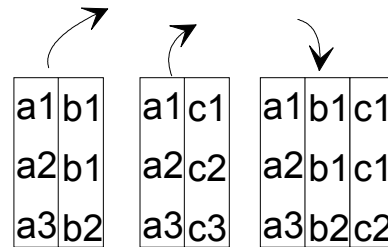
Schnitt



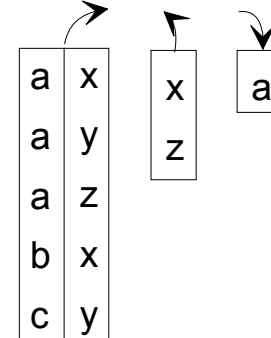
Differenz



(Natürliches) Join



Dividieren



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Reklassifizierung landwirtschaftlicher Flächen mittels Projektion der Spalte Klasse, Uniqueness und Einfärben des Ergebnisses

The screenshot shows the ArcView GIS interface. The main window displays a map with various land use categories. The Legend Editor window is open, showing the 'Lawi.shp' theme with a legend type of 'Abgestufte Farben'. The classification field is 'Klasse' and the normalization is set to '<Kein>'. The legend table is as follows:

Symbol	Wert	
	1	Mais
	2	Weide
	3	Brache
	4	Weizen
	5	Raps

The map shows a landscape with a river, fields, and a road. The legend editor also includes a 'Farbverläufe' section with 'Rottöne' selected and buttons for 'Erweitert...', 'Statistik...', and 'Rückgängig machen'.

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

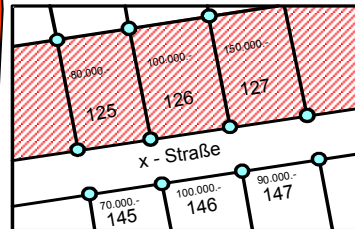
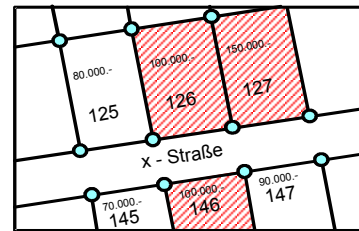
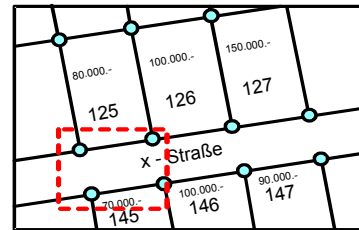
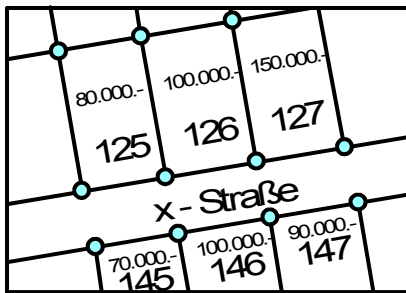
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

Selektive Anfragen im GIS-Datenbestand

DATENBESTAND



KOMBINIERT

alle Parzellen an x-Straße links
grenzend mit Wert über 100.000.-
und innerhalb

ANFRAGEBEISPIELE

GEOMETRISCH

- alle Grenzsteine im

BESCHREIBEND

- alle Parzellen mit
Wert über 100.000.-

TOPOLOGISCH

- alle Parzellen an
x-Straße links grenzend

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Suchen in großen Datenbeständen

- Gängige Suchverfahren
 - z.B. nach Name=Bill in 10.000 Datensätzen
 - lineare Suche ($O(n)$ im Schnitt 5.000 Vergleiche, worst case 10.000)
 - logarithmische Suche nach Aufbau von sortierten Listen ($O(\log(n))=14$ Vergleiche)
- Baumsuchmethoden
 - Werden eingesetzt zur Lösungssuche bei Problemen, deren Suchraum in Baumform repräsentiert werden kann
 - starten an der Wurzel und laufen entlang der Kanten, bis ein Knoten gefunden ist, der eine Lösung darstellt
 - unterscheiden sich in der Ordnung, in der die Knoten des Baumes besucht werden

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Baumsuchmethoden

- **Blinde Methoden**

(ohne Vorinformation, wo nach Lösung zu suchen ist)

- depth-first-search
- breadth-first-search

- **Informierte Methoden**

(Funktion, mittels der die Knoten bewertet werden)

- Hill-climbing
- Best-first
- A*-search

- 
- **Algorithmen für ODER-Graphen**
 - A0*-search

- 
- **Algorithmen für UND-/ODER-Graphen**

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Baumsuchansatz zum Handlungsreisendenproblem

- Untersuchung eines Baumes aller möglichen Wege und Ausgabe des kürzesten Weges
 - Problemdimension n-Städte => $(N-1)!$ verschiedene Wege
 - Zeitkomplexität $O(N!)$, z.B. $N=10 \Rightarrow 3.628.800$ Wege, kombinatorische Explosion
 - **Heuristische Suche:** (Heuristik ist eine Technik, die die Effizienz eines Suchvorganges verbessert, wobei möglicherweise die Forderung nach Vollständigkeit geopfert wird.)
 - **Divide and Conquer** (Teile und Eroberer): (Zerlege das Problem in kleinere Teilprobleme, löse diese und setze wieder zusammen, vorausgesetzt, es handelt sich um ein zerlegbares Problem).
 - Methode nächster Nachbar: in jedem Schritt die örtlich beste Alternative auswählen (Tiefensuche, best-first)
 - Wähle eine beliebige Anfangsstadt
 - Betrachte alle noch nicht besuchten Städte und besuche davon die nächstgelegene (z.B. Thiessen-Polygone)
 - Wiederhole diesen Schritt, bis alle Städte besucht sind.
 - Zeitkomplexität: $O(n^2)$ $O > 100$ mögliche Vergleiche

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

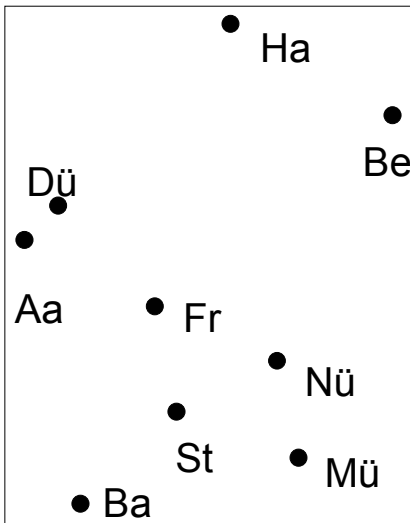
Modelle



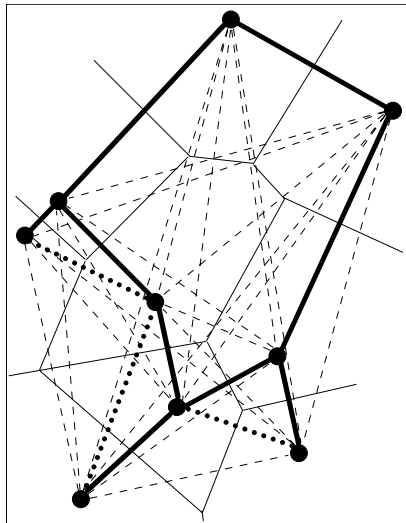
Rundreiseproblem

Heuristischer Ansatz mittels Baumsuchmethode
und Thiessen-Diagrammen

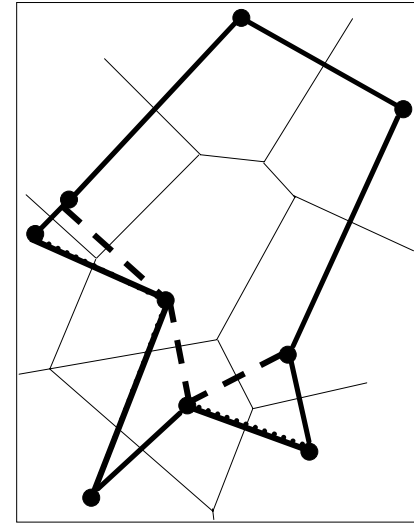
Ausgangslage



Thiessen-Diagramme
Voronoi-Diagramme



Wegealternativen



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Sortieren großer Datenbestände

- Sortiervorgänge sind mit die häufigsten Vorgänge in IT-Anwendungen
 - nach Namen
 - nach Größen
 - nach Häufigkeiten
- Sortierverfahren wie quicksort, heapsort, shellsort
 - Ordnung $O(n^2)$ bis $O(n)$
- Sortieren durch Divide/Sort and Merge

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

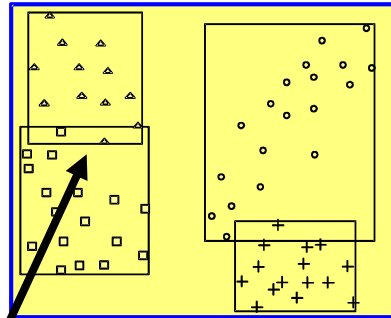
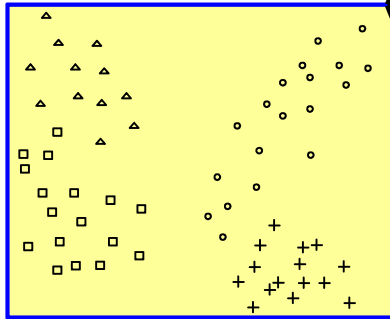
Modelle



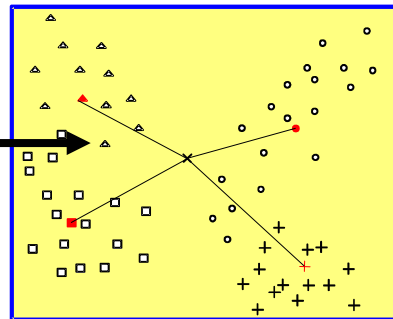
Klassifizierung (Räumliche Clusterbildung)

- Ausgangsdaten

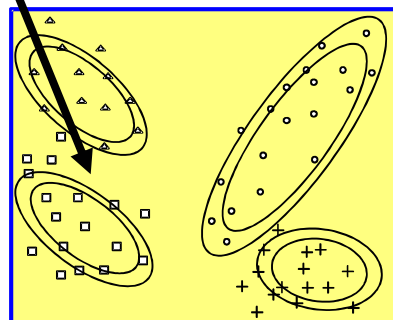
- o Eigenschaft A
- + Eigenschaft B
- Eigenschaft C
- △ Eigenschaft D



- Extremwertklassifizierung
- Parallelepipedklass.
- Minimum-Box-Klassifizierung



- Distanzklassifizierung (Euklidische Distanz)
- Kürzeste Abstand-klassifizierung



- Maximum-Likelihood-Klassifikation (Linien gleicher Wahrscheinlichkeit)

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Reklassifizierung

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

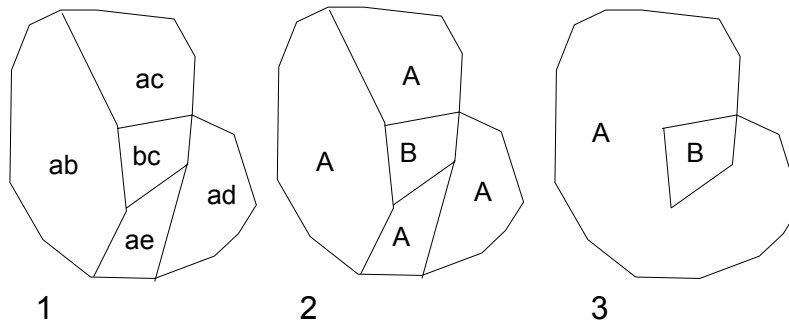
Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

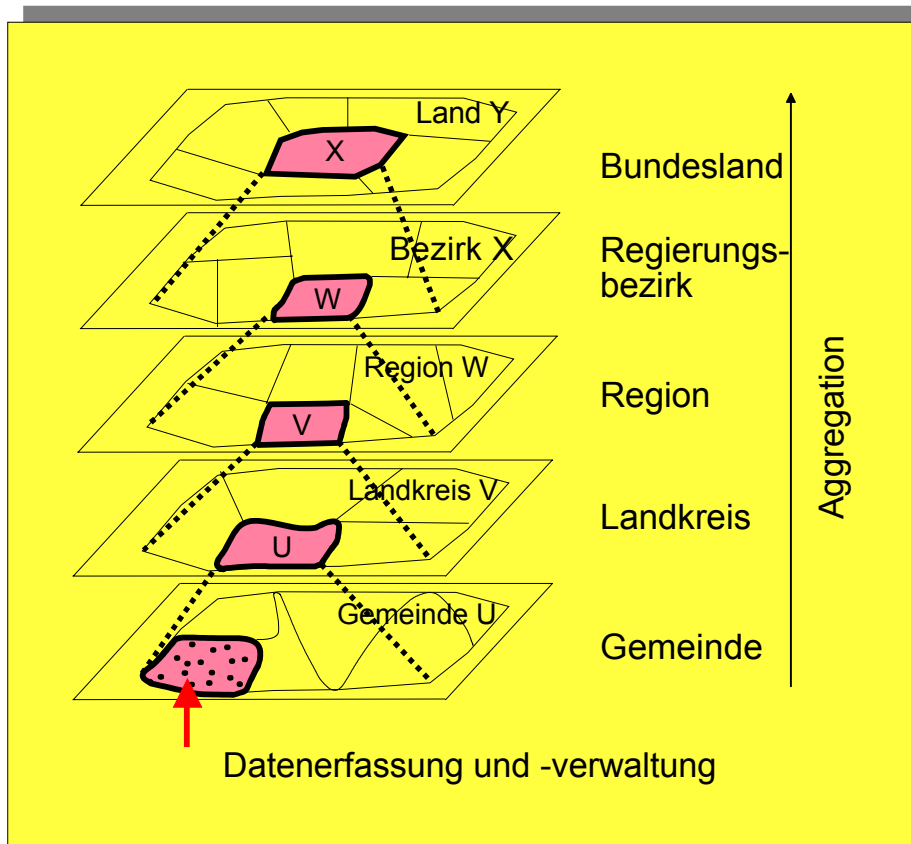
Umklassifizierung :



Legende : a,c,d,e - Laubwaldarten
b - Nadelwaldart



Aggregation



Gemeindekennziffern
in der BRD (8-stellig)

Bundesland	Regierungsbezirk	Region	Landkreis	Gemeinde
0	8	1	1	8
				0
				0
				0
				1

= Affalterbach

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



- Beschreibende Statistik
- Analytische Statistik
- Univariate -, bivariate und multivariate Statistik
- Geo-Statistik
- Bedingungen (Ausgleichsrechnung)
- Interpolationen
- Klassifikation
- Andere

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

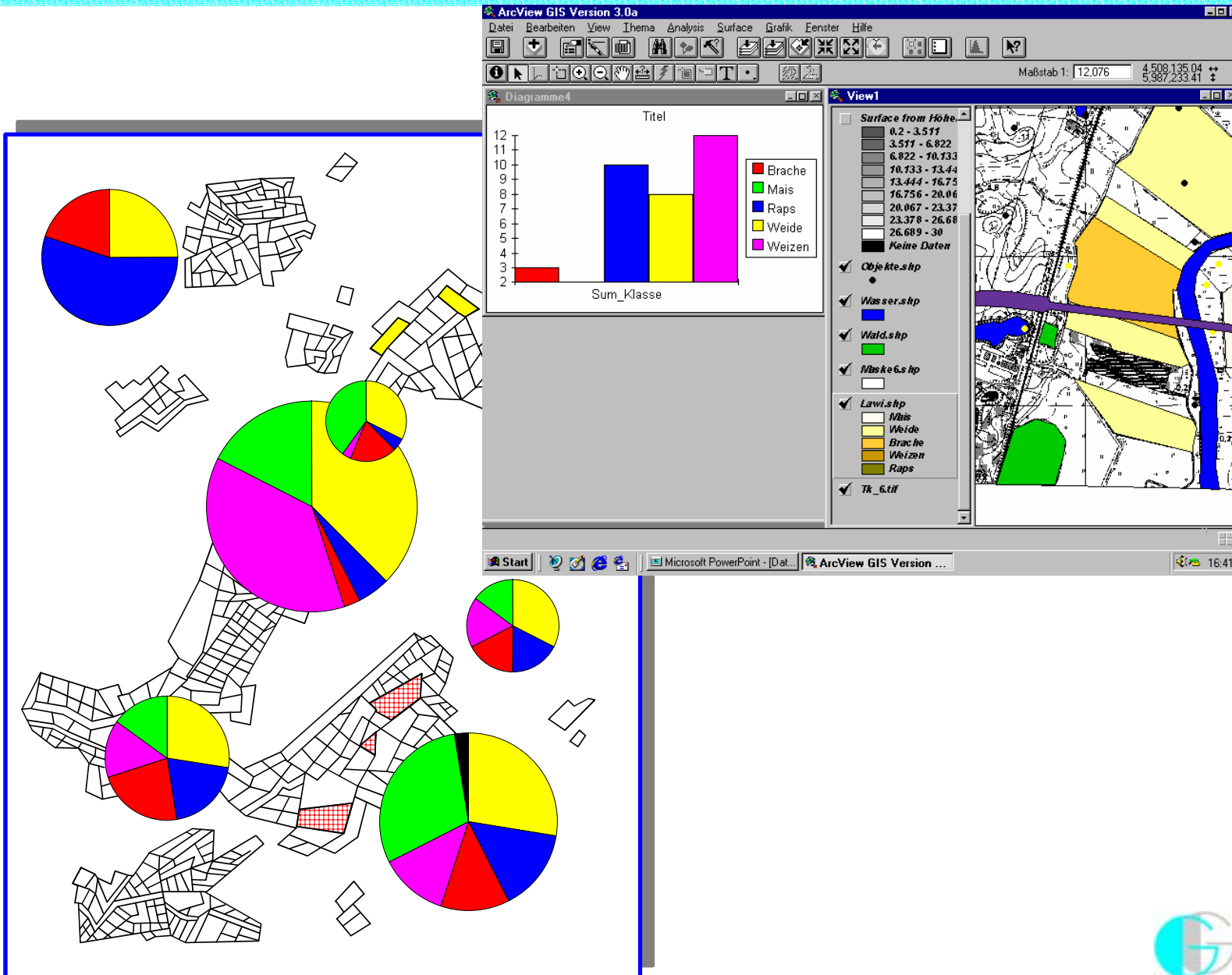
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Zähl- und beschreibende Statistik/Diagramme



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

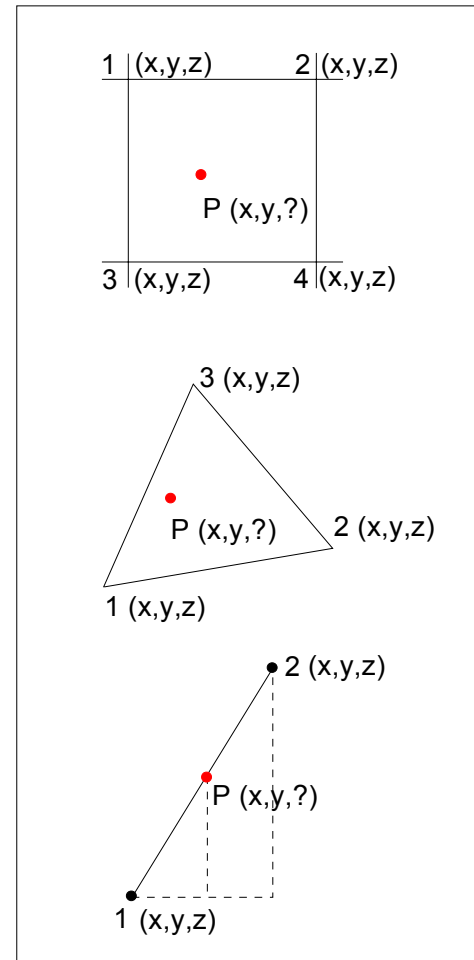
Statistische M.

Modelle



Interpolation

- im Raster
- im Dreieck
- in Linie



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

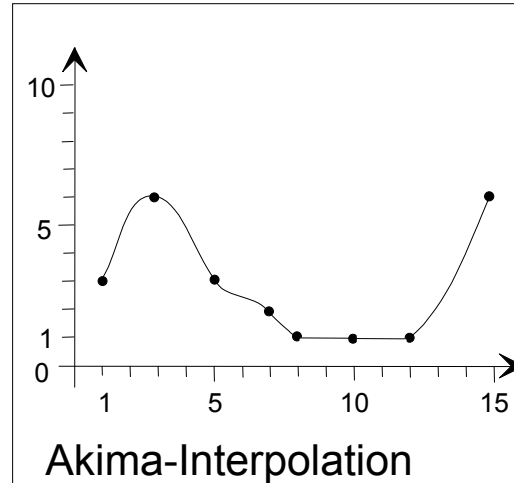
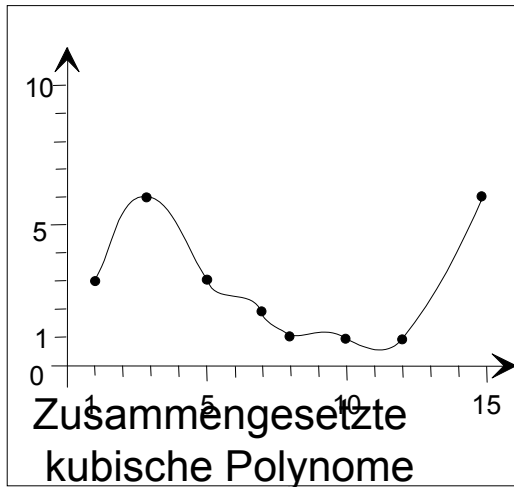
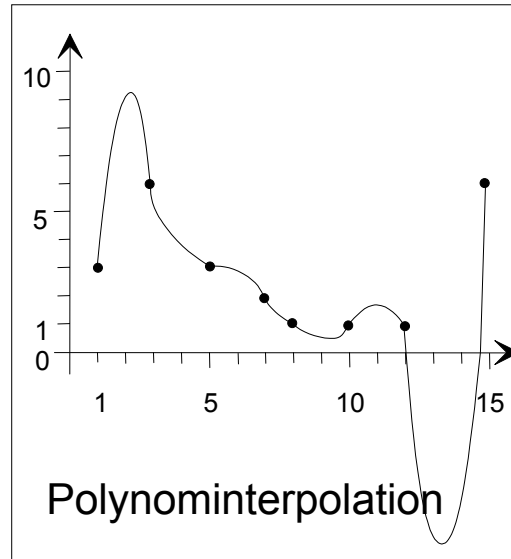
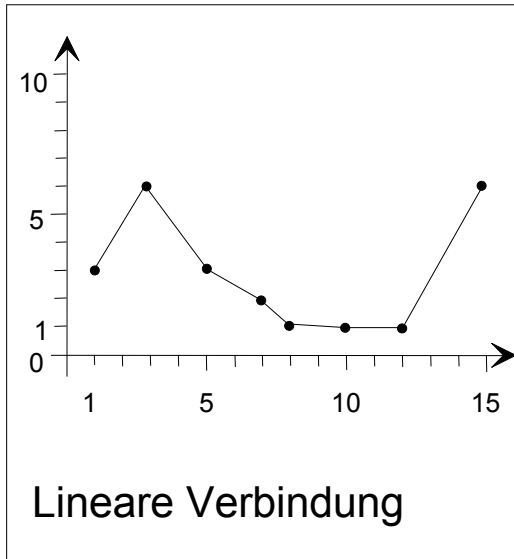
Modelle



Interpolationsansätze in der Ebene

Beispiel

Ti	Si
1	3
3	6
5	3
7	2
8	1
10	1
12	1
15	6



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Interpolation/Approximation von Oberflächen

- TIN-Interpolation
- Interpolation mittels Flächensummation
- Interpolation mittels Kleinster Quadrate-Methoden
- Stückweise lineare Polynome
- Polynominterpolation
- Kriging

Nächster Nachbar

Flächen-
Summation

Minimale
Krümmung

Spline

Inverse Distance

Kriging

Polynomregression

TIN-Interpolation

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

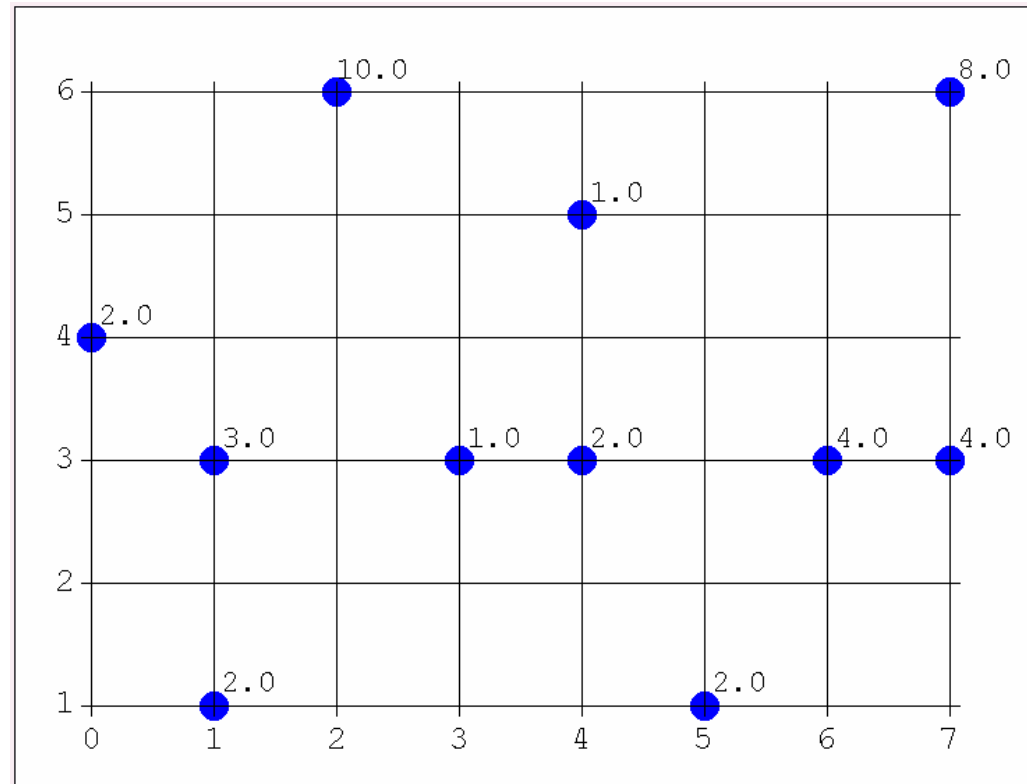
Statistische M.

Modelle



Interpolation – ein Beispiel

X	Y	Z
7	6	8
5	1	2
1	1	2
4	3	2
0	4	2
4	5	1
7	3	4
2	6	10
6	3	4
3	3	1
1	3	3



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

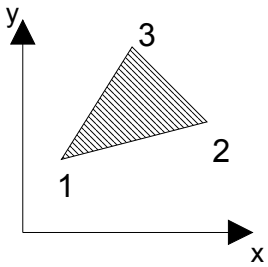
Modelle



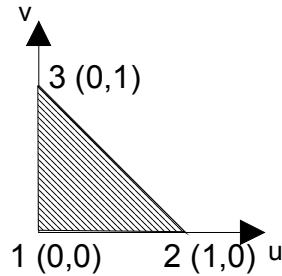
Dreiecksinterpolation

Analyse

Beliebiges
Koordinatensystem

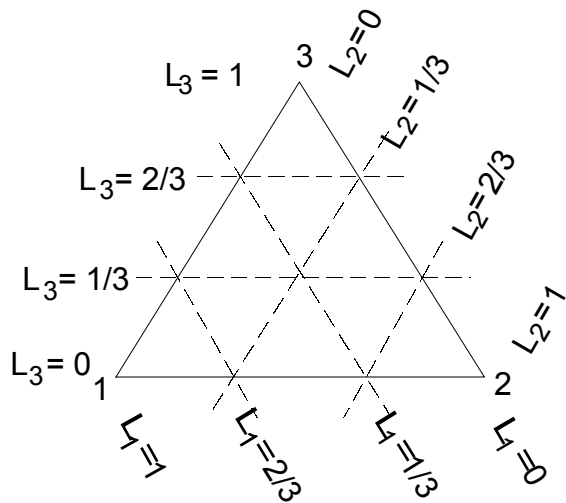


Natürliche
Dreieckskoordinaten

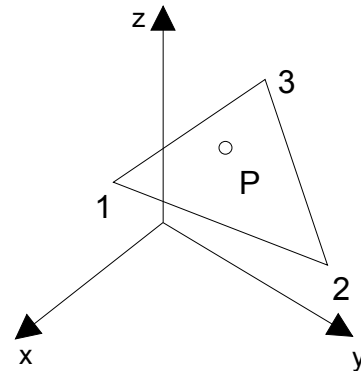


- Natürliches Koordinatensystem

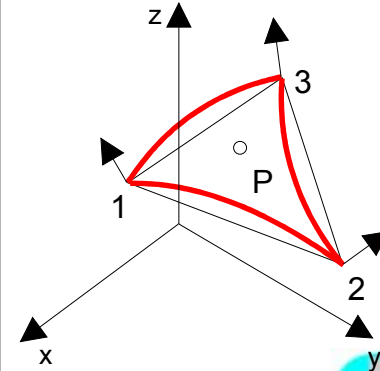
- Interpolationsansatz



a. linear



b. kubisch



Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

Dreiecksinterpolation

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

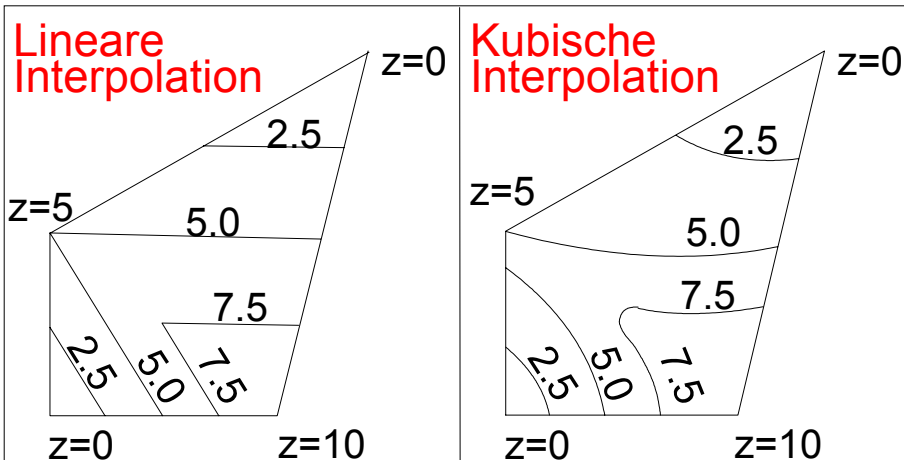
Topologische M.

Mengenmethoden

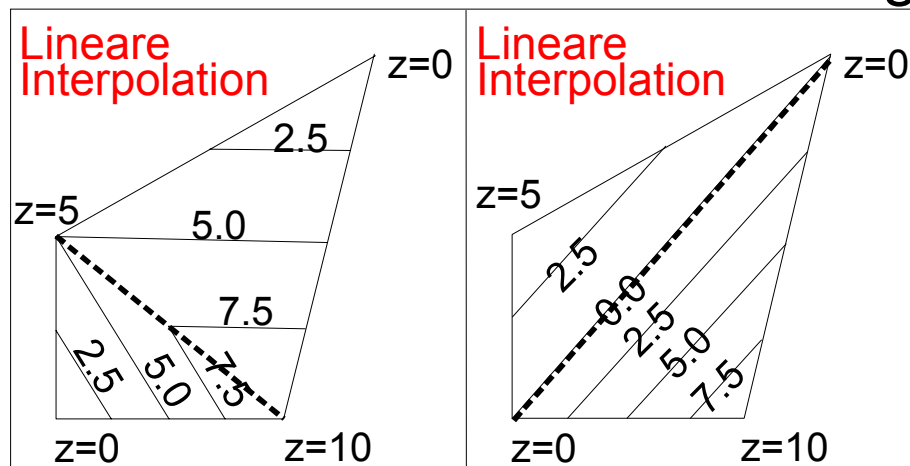
Statistische M.

Modelle

- Interpolationsansatz



- Problem: Dreiecksvermaschung



Dreiecksinterpolation-linear

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

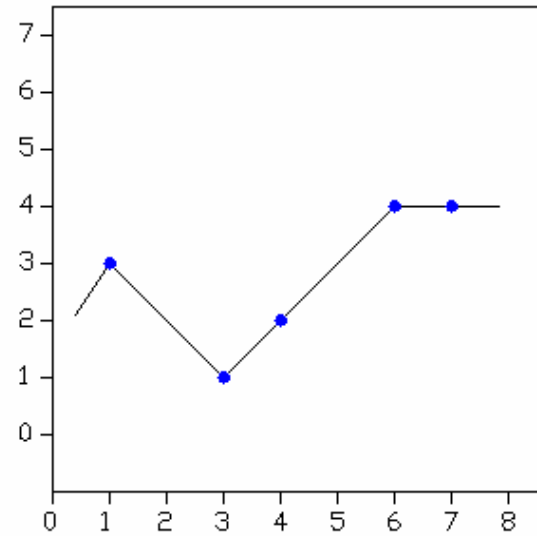
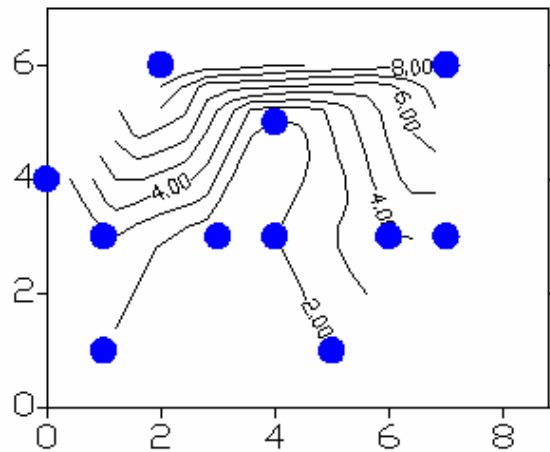
Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

Triangulation linear



Interpolation/Approximation im Raster

- Interpolation mittels Flächensummation
- Interpolation mittels Kleinster Quadrate-Methoden
- Stückweise lineare Polynome
- Polynominterpolation
- Kriging

Nächster Nachbar

Flächen-
Summation

Minimale
Krümmung

Spline

Inverse Distance

Kriging

Polynomregression

Andere Verfahren

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

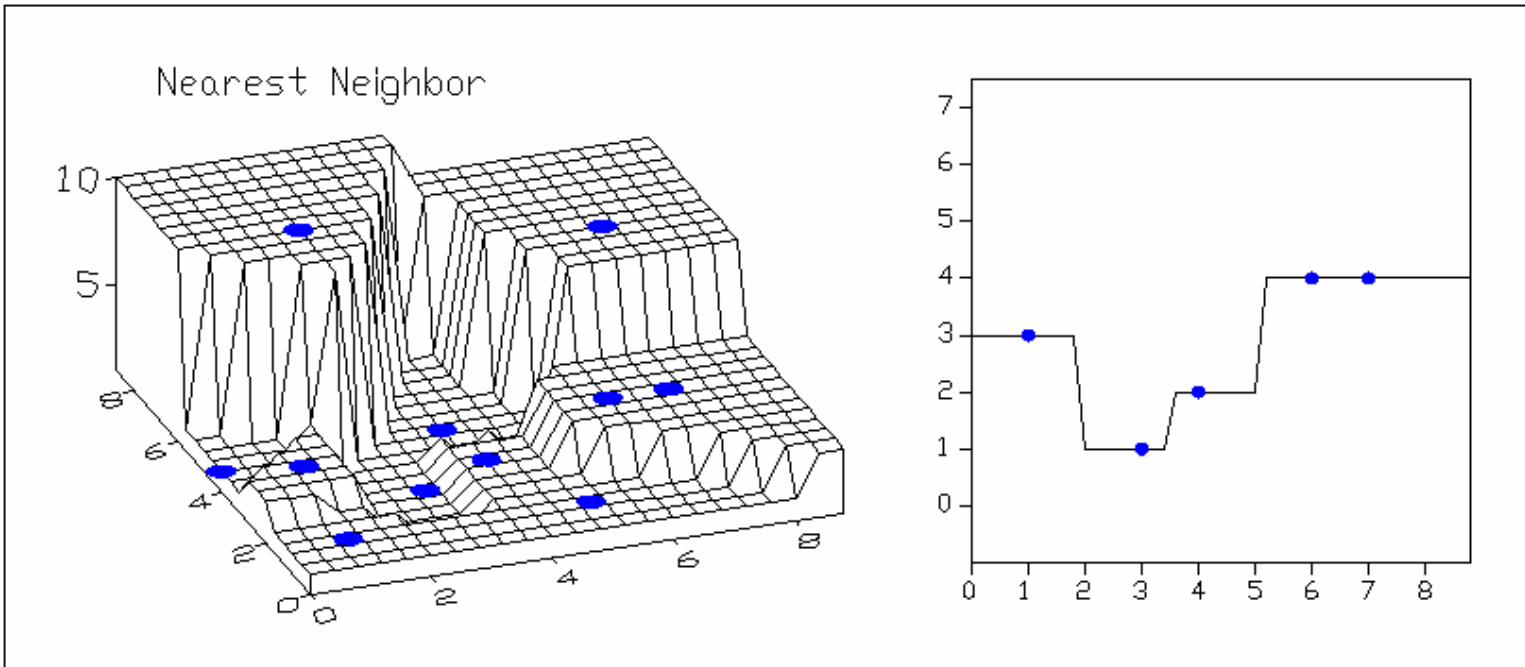
Statistische M.

Modelle



Interpolation-Nächster Nachbar

- Übernahme der z-Komponente vom nächstliegenden Nachbar
- Setzt genügend dichte Punktverteilung voraus



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

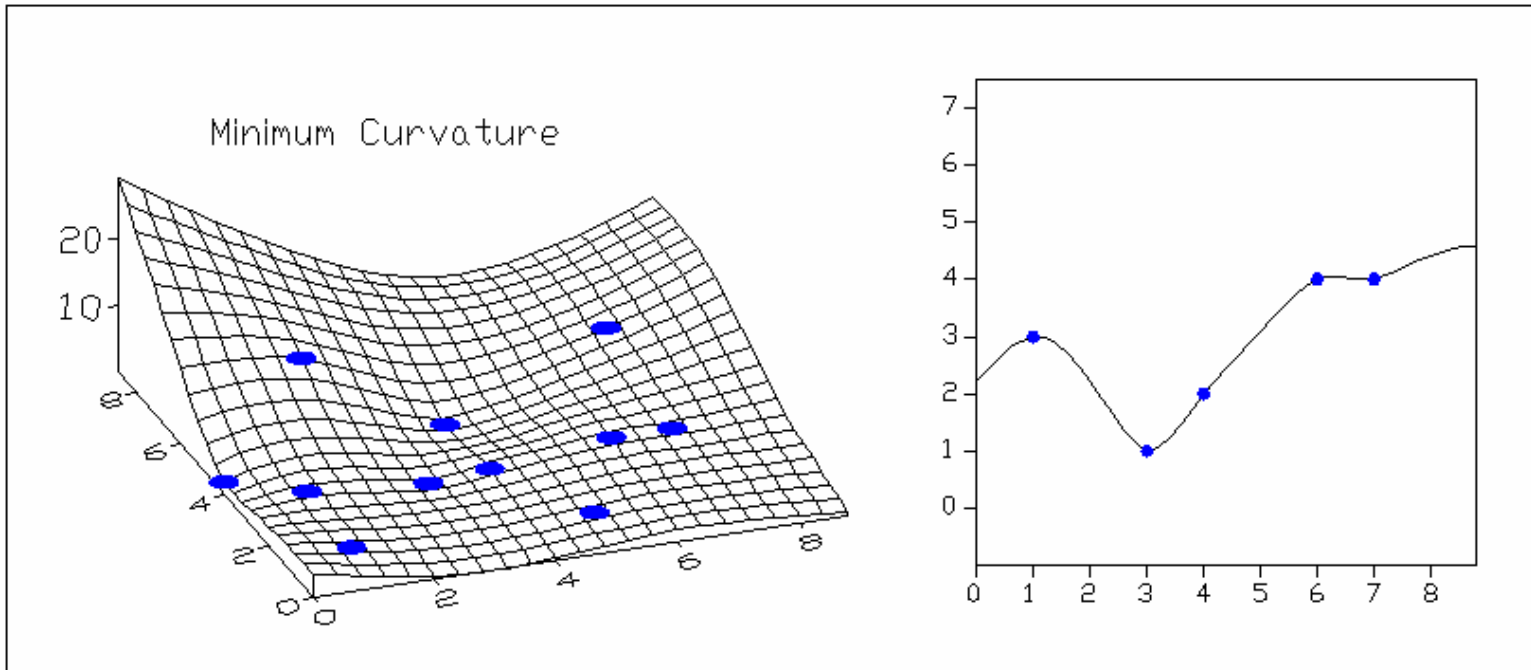
Statistische M.

Modelle



Interpolation- Minimale Krümmung

- Anwendung besonders in Geowissenschaften
- Dünne deformierbare Platte durch alle Punkte
- Glatte Oberfläche
- Iterative Lösung eines Gleichungssystems



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Inverse distance weighting-Interpolation

Analyse

Grundlagen

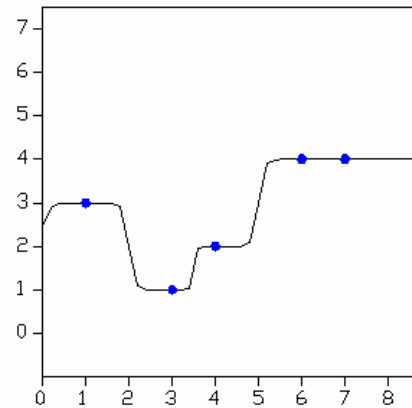
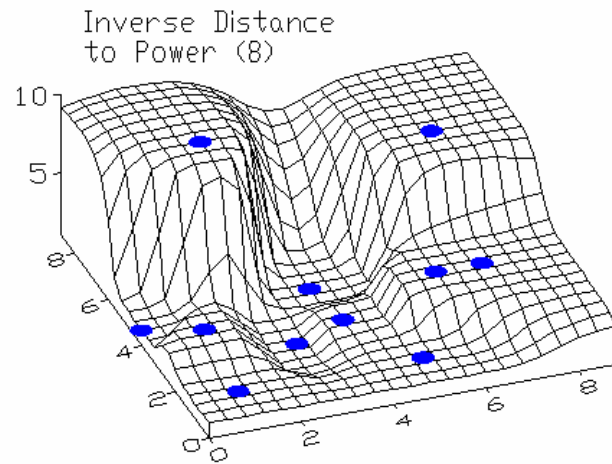
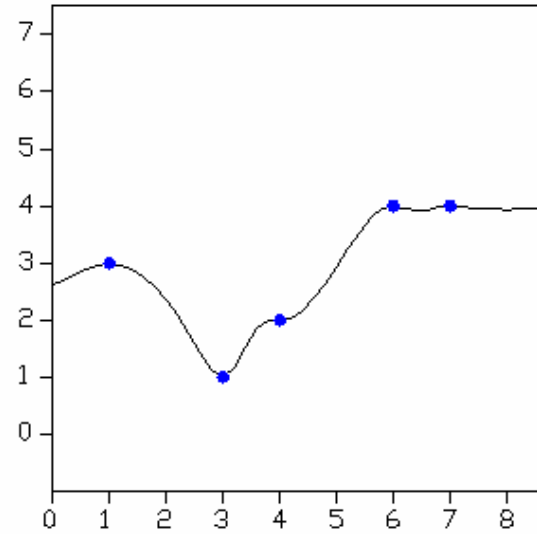
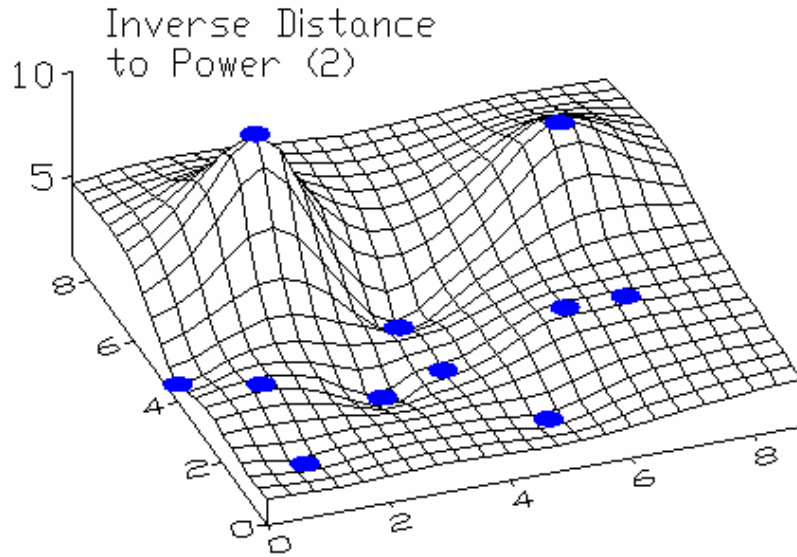
Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

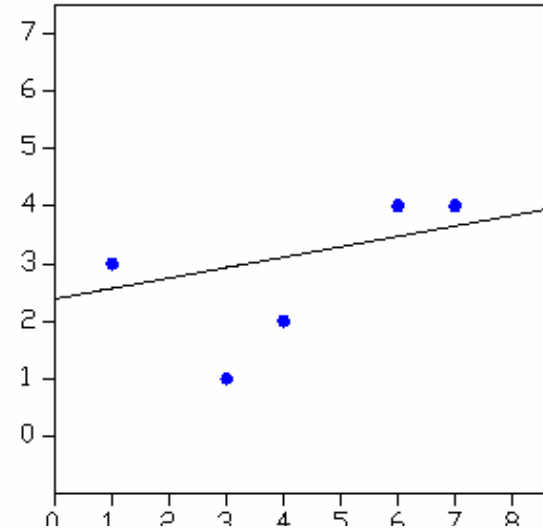
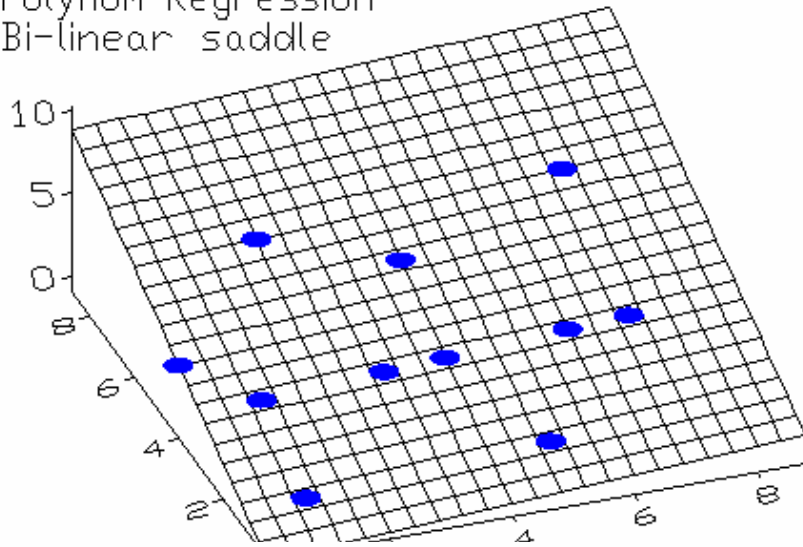
Statistische M.

Modelle

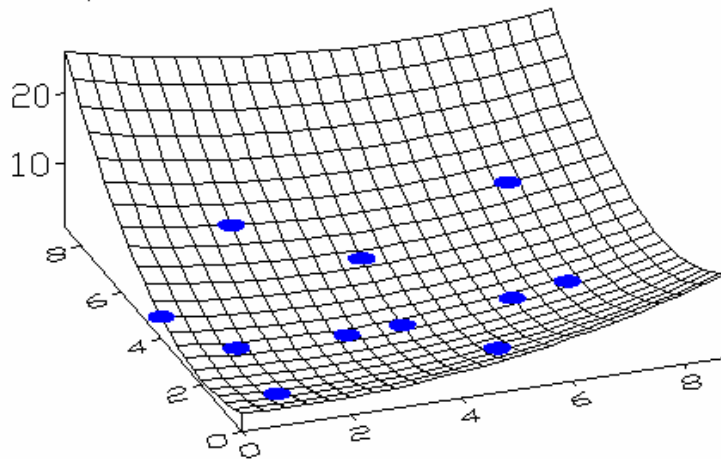


Approximation-Polynomiale Regression

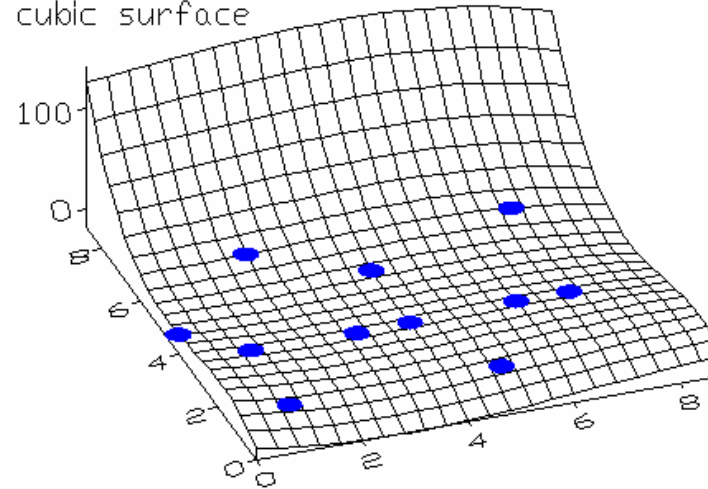
Polynom Regression
Bi-linear saddle



Polynom Regression
quadratic surface



Polynom Regression
cubic surface



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Flächensummation: Multilogarithmic Kernel

Analyse

Grundlagen

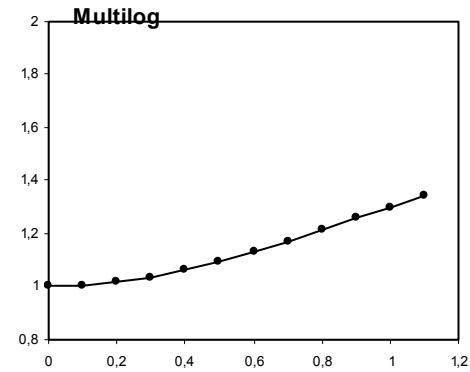
Geometrische M.

Topologische M.

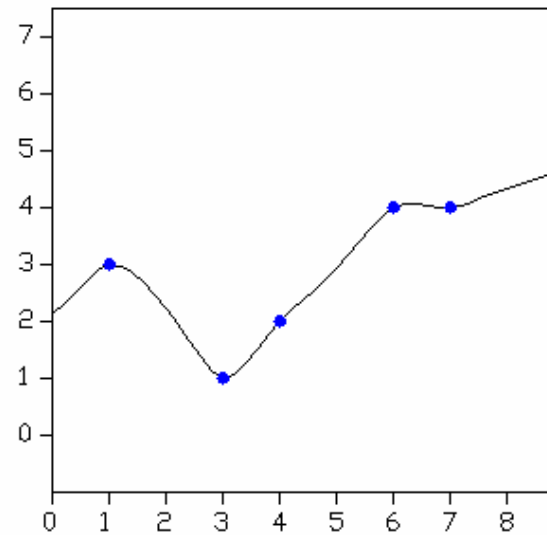
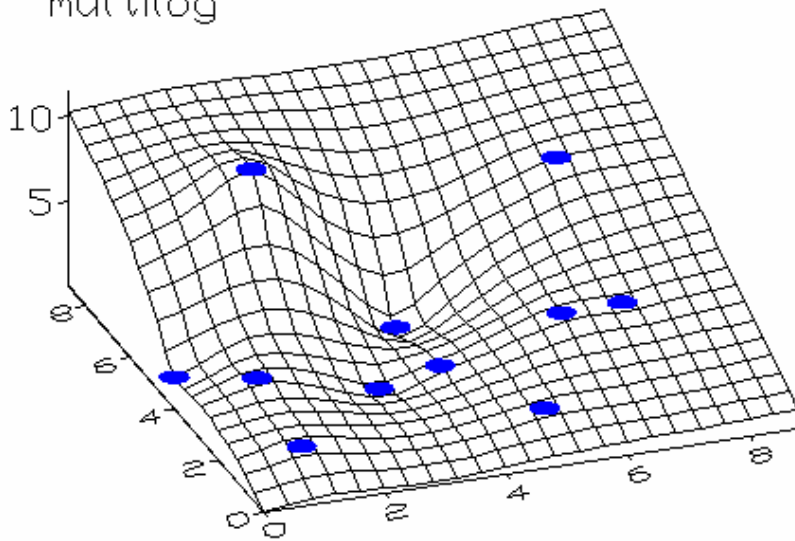
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Radial Basis Functions
multilog



Flächensummation: Thin plate spline als Kernel

Analyse

Grundlagen

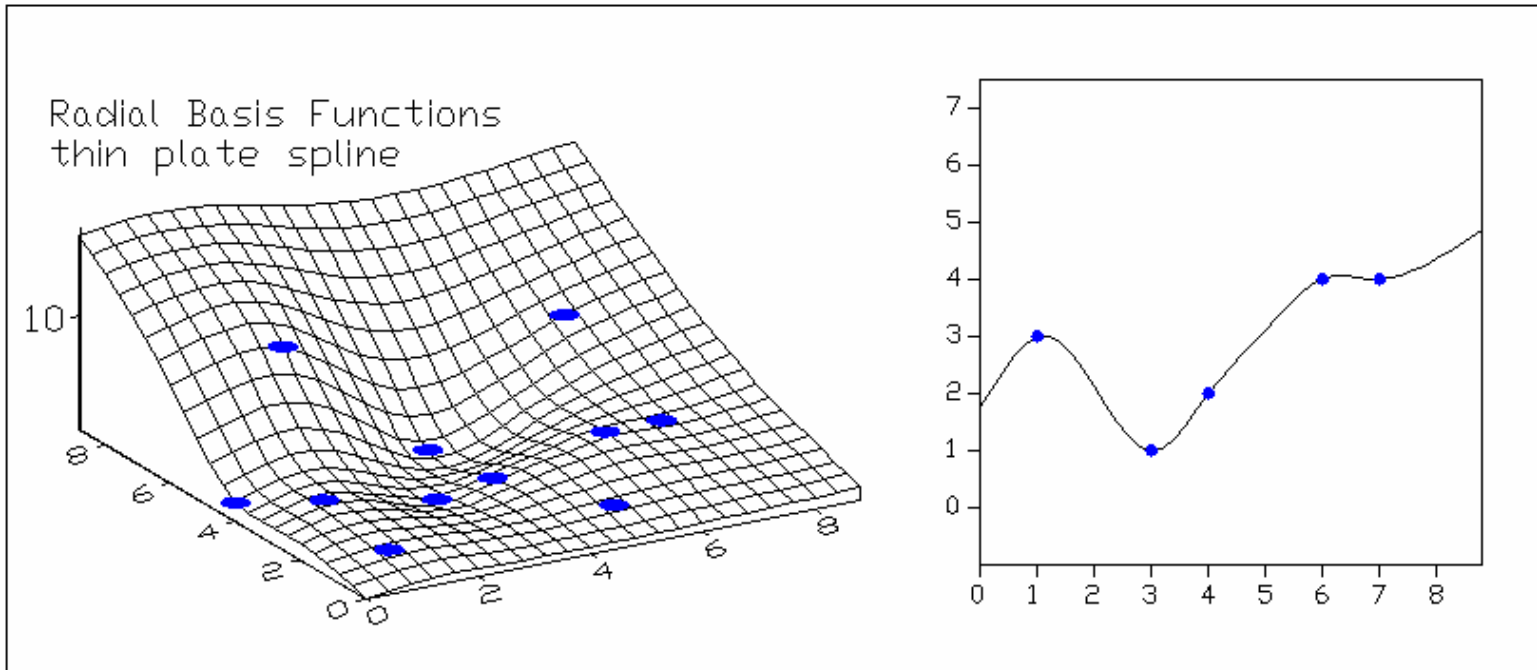
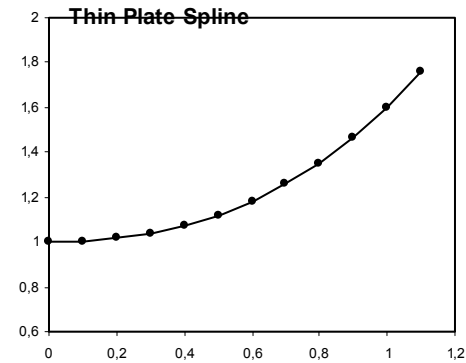
Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Flächensummation: Cubic splines als Kernel

Analyse

Grundlagen

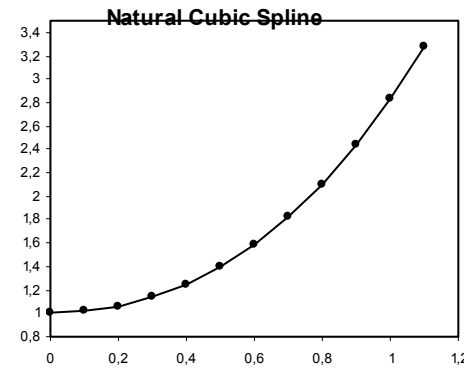
Geometrische M.

Topologische M.

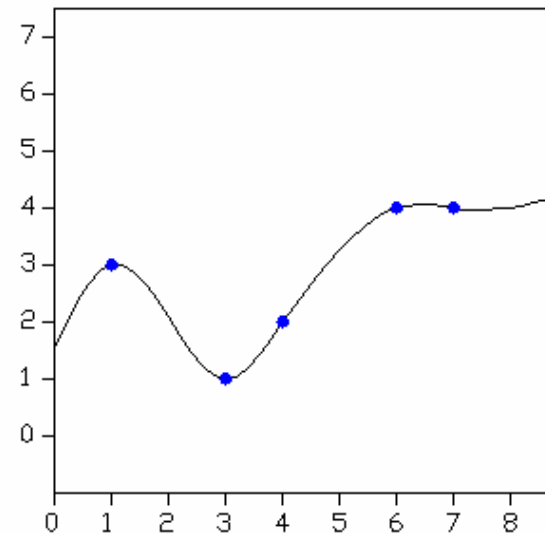
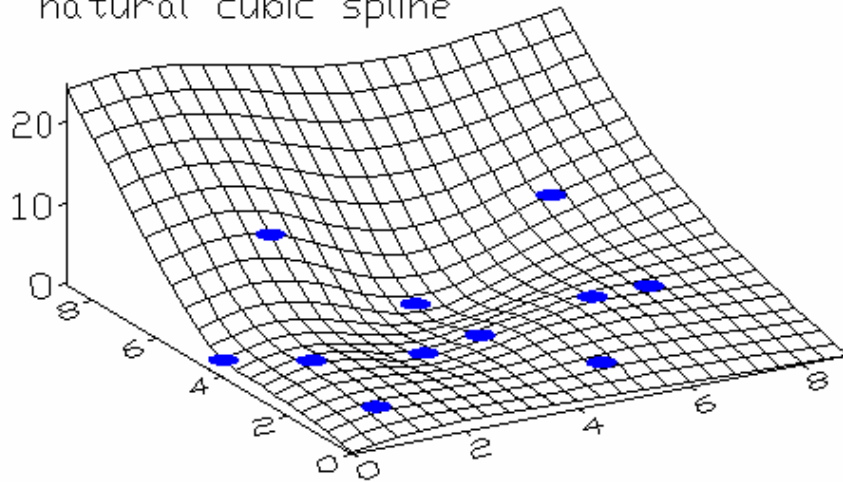
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

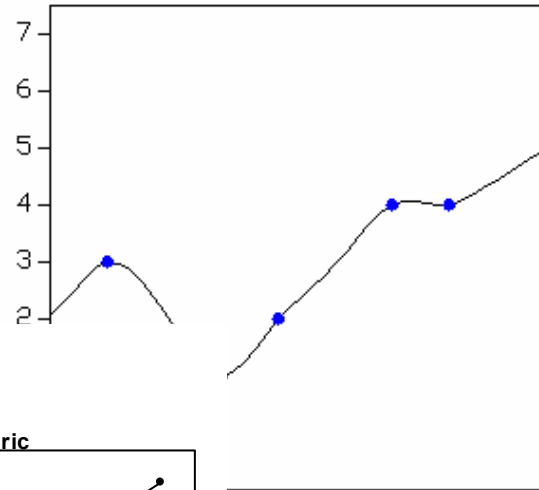
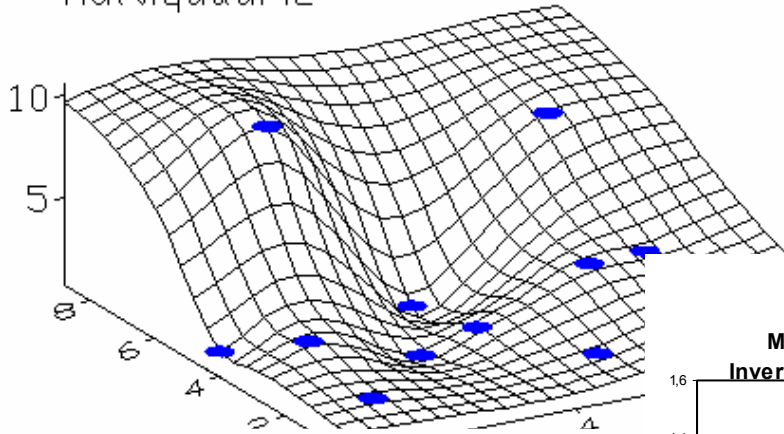


Radial Basis Funktionen
natural cubic spline

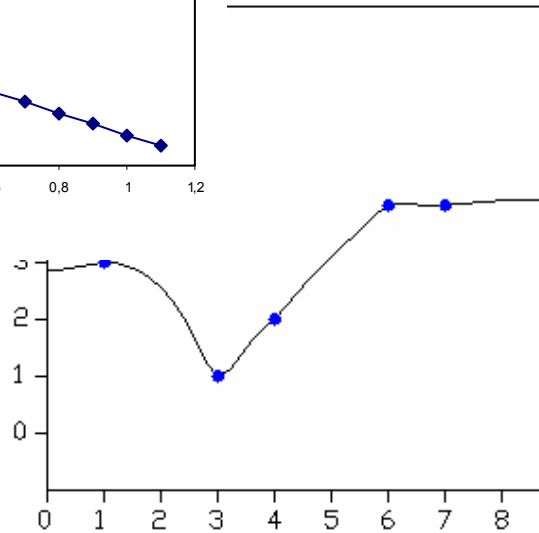
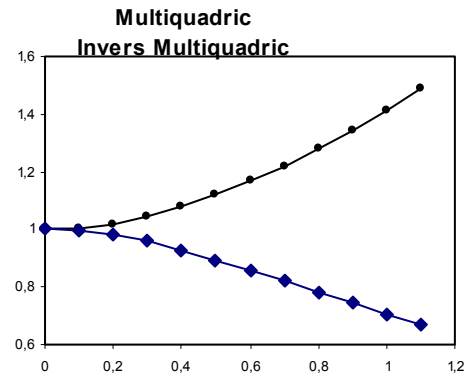
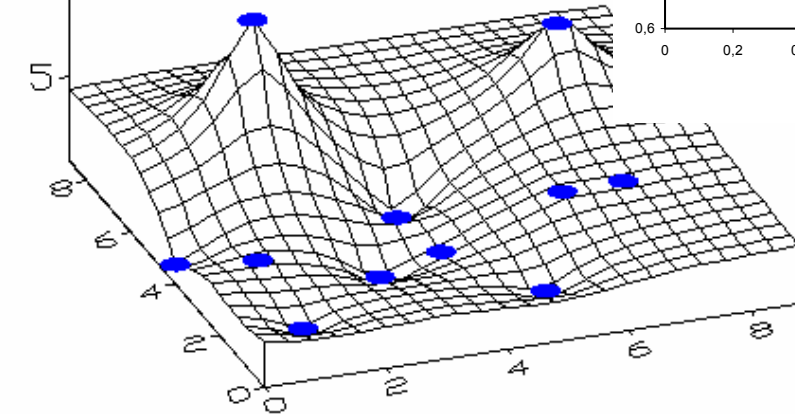


Flächensummation: Multiquadratic Kernel

Radial Basis Functions
multiquadric



Radial Basis Functions
invers multiquadric



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

Splines - Kubische Polynome

Analyse

Grundlagen

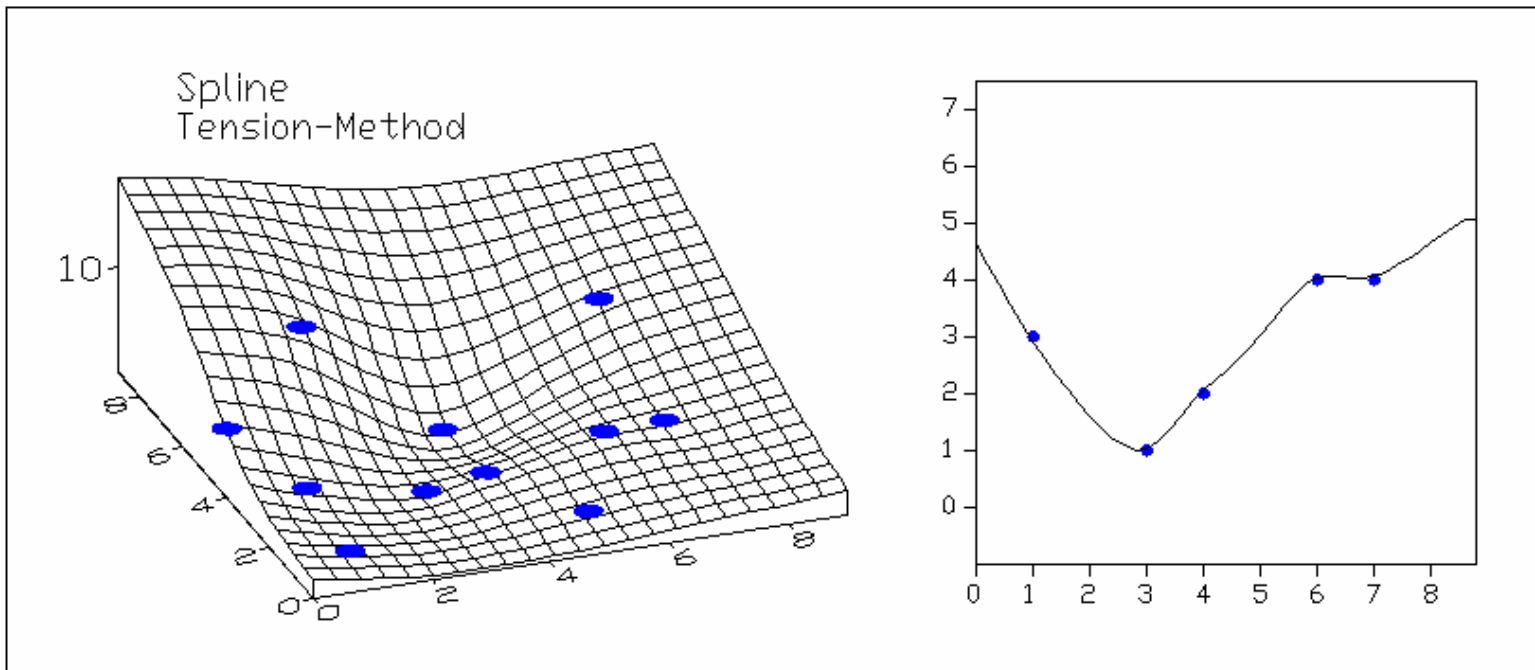
Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

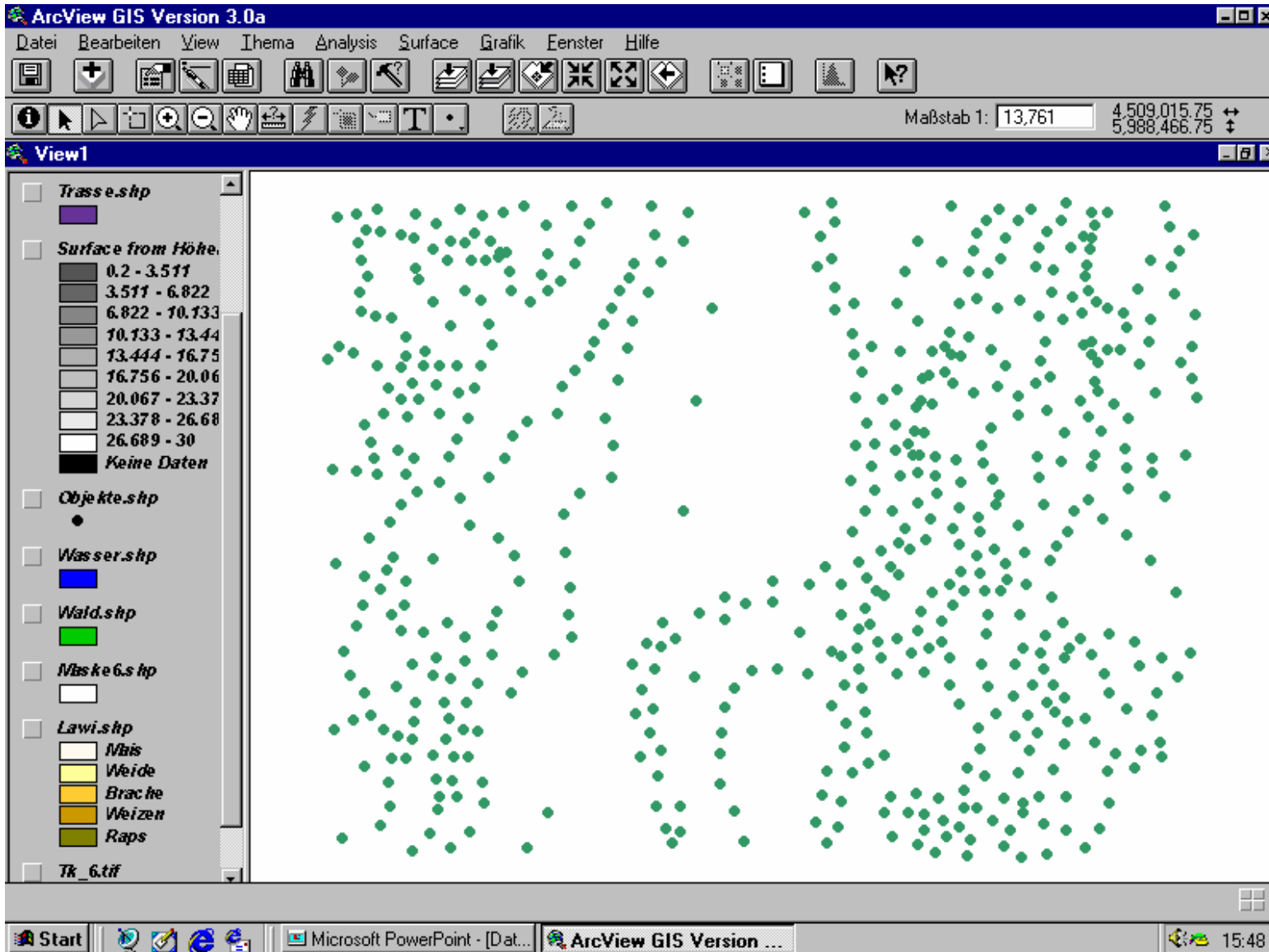
Statistische M.

Modelle



Beispiel zu statistischen Methoden in DGM Punkte aus Höhenliniendigitalisierungen

Analyse



Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

Digitales Geländemodell => Isolinieninterpolation IDW

Analyse

The screenshot displays the ArcView GIS interface. The main window shows a grayscale Digital Elevation Model (DEM) with a legend on the left. The legend is titled 'Surface from Höhe' and lists elevation ranges with corresponding grayscale swatches:

- 0.2 - 3.511
- 3.511 - 6.822
- 6.822 - 10.133
- 10.133 - 13.44
- 13.444 - 16.75
- 16.756 - 20.06
- 20.067 - 23.37
- 23.378 - 26.68
- 26.689 - 30
- Keine Daten

The interface includes a menu bar (Datei, Bearbeiten, View, Thema, Analysis, Surface, Grafik, Fenster, Hilfe), a toolbar with various GIS tools, and a status bar showing the scale (Maßstab 1: 13,761) and coordinates (4,509,241.49; 5,989,012.91). The taskbar at the bottom shows the Start button and open applications: Microsoft PowerPoint - [Dat...] and ArcView GIS Version ...

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

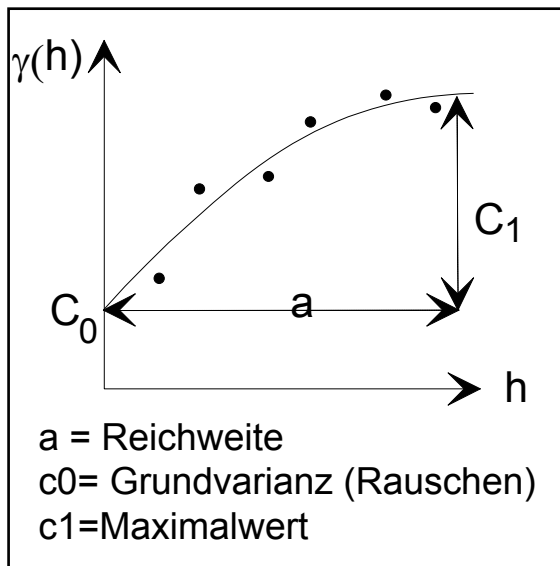
Modelle

Geostatistik: Variogramm I

Annahme: Die räumliche Variabilität jeder Zufallsvariable Z läßt sich durch die Summe von 3 Komponenten erklären.

$$Z(x) = m(x) + \varepsilon'(x) + \varepsilon''(x)$$

mit: $m(x)$ = Trendfläche, $\varepsilon'(x)$ = zufällige Komponente, $\varepsilon''(x)$ = zufälliges Rauschen



Variogramm bestimmt Einfluß des einzelnen Punktes auf die Zufallsvariable

$$\gamma(h) = 1/2n \sum (z(x_i) - z(x_i+h))^2$$

Analogien: Korrelationsfunktionen

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Geostatistik: Variogramm II

Analyse

- Typische Schätzfunktionen für das Variogramm

Lineare Regression: $\gamma(h) = c_0 + b h$

Sphärisches Modell:

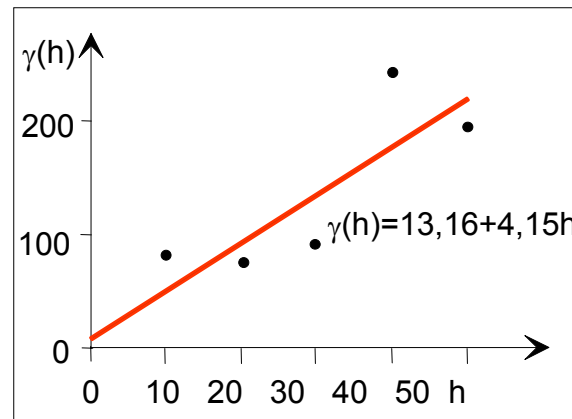
$$\gamma(h) = c_0 + c_1 \left\{ \frac{3h}{2a} - 0.5 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right\} \text{ für } 0 < h < a$$

$$\gamma(h) = c_0 + c_1 \text{ für } h \geq a$$

Gaußsches Modell: $\gamma(h) = c_0 + c_1 (1 - \exp(-h/a))^2$

Beispiel:

Variogrammschätzung
mittels linearem Modell



Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Geostatistik: Kriging I

- Kriging beschreibt einen exakten Interpolator, in den die einzelnen Stützpunkte mit einem Gewicht abgeleitet aus dem Variogramm über den Abstand eingehen.
- **Beispiel:** Gegeben seien 5 Punkte in der Ebene mit den Meßwerten (3,4,2,4,6) und den Abständen untereinander und zum zu interpolierenden Punkt 0.

	1	2	3	4	5	0
1	0.0	5.0	9.8	5.0	3.2	4.3
2	5.0	0.0	6.3	3.6	4.4	2.9
3	9.8	6.3	0.0	5.0	7.2	5.5
4	5.0	3.6	5.0	0.0	2.3	1.0
5	3.2	4.4	7.2	2.3	0.0	2.0

- Als Variogrammfunktion sei ein sphärisches Modell mit $c_0=2.5$, $c_1=7.5$ und $a=10.0$ vorab bestimmt.

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Geostatistik: Kriging II

Analyse

- Zu lösendes Gleichungssystem: $\mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \lambda \\ h \end{bmatrix}$

	1	2	3	4	5			
1	2.500	7.656	9.996	7.656	5.977	1.000	7.039	0.0189
2	...	2.500	8.650	6.375	7.131	1.000	5.671	0.1762
3	2.500	7.656	9.200	1.000	8.064	-0.0109
4	2.500	5.401	1.000	3.621	0.6212
5	...	A	2.500	1.000	4.720	0.1945
...	0.000	1.000	-0.1676

$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \lambda \\ h \end{bmatrix} =$

- Interpolation des gesuchten Punktes 0 und der Varianz nach

$$z(x_0) = \sum \lambda_i z(x_i) = 0.0189 \cdot 3 + 0.1762 \cdot 4 - 0.0109 \cdot 2 + 0.6212 \cdot 4 + 0.1945 \cdot 6 = 4.392$$

$$\sigma^2 = \sum \lambda_i b_i + h = 0.0189 \cdot 7.039 + 0.1762 \cdot 5.671 - 0.0109 \cdot 8.064 + 0.6212 \cdot 3.621 + 0.1945 \cdot 4.720 - 0.1676 = 4.044$$

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Kriging mit linearem Variogrammverlauf

Analyse

Grundlagen

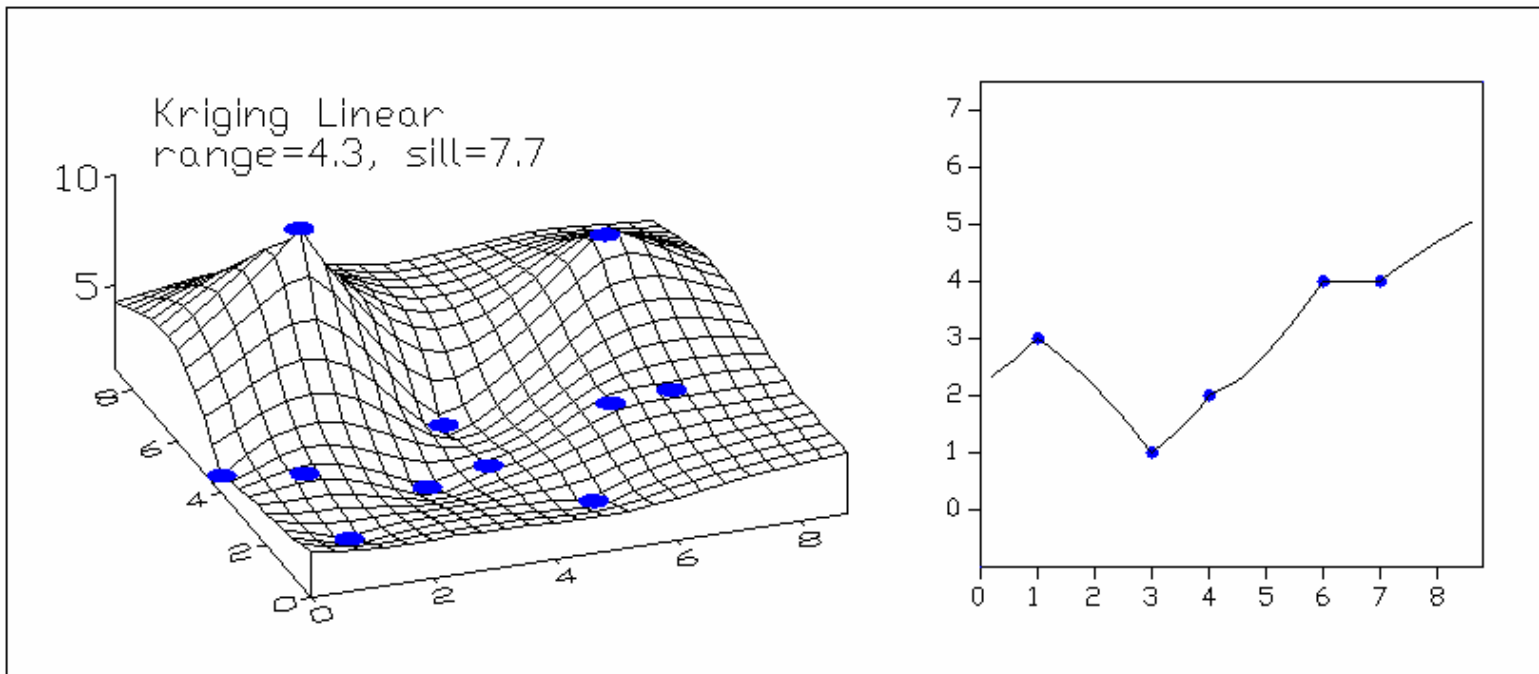
Geometrische M.

Topologische M.

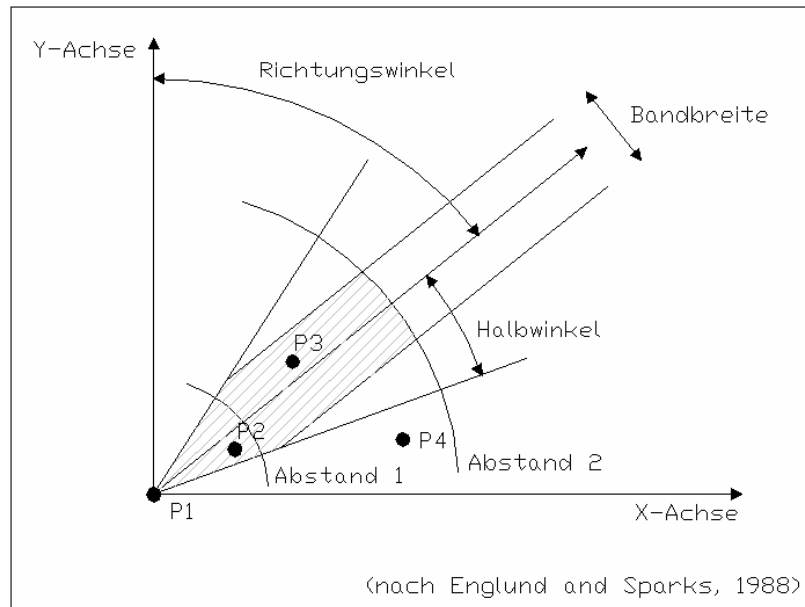
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Kriging - Anisotropie



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Qualität der Interpolationsmethoden im Vergleich

Analyse

Grundlagen

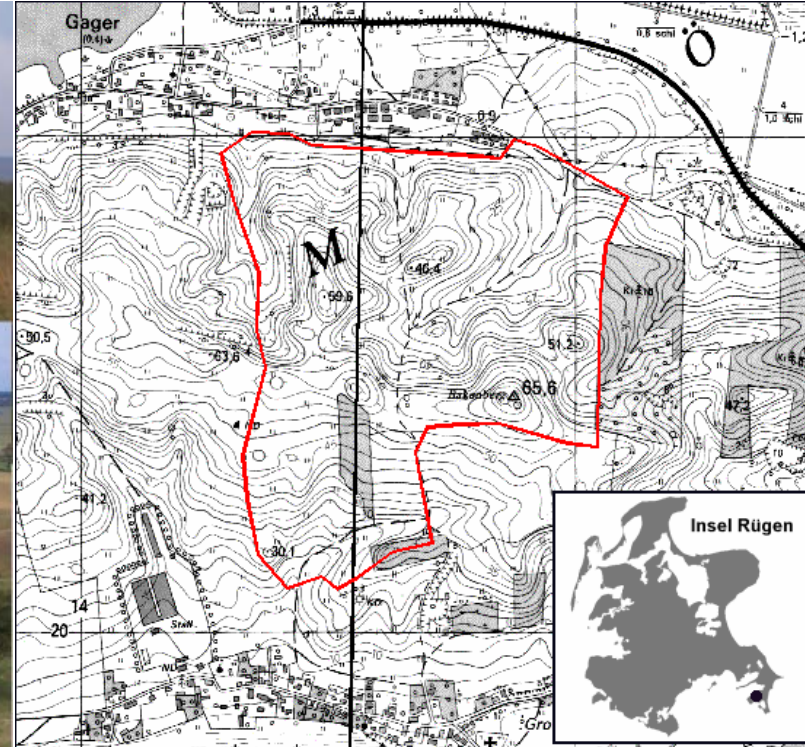
Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

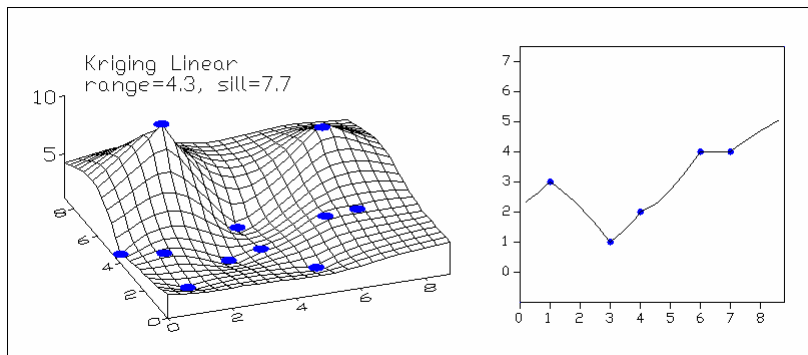
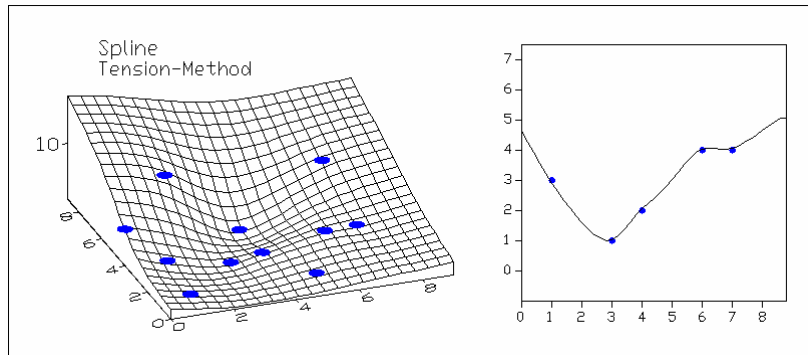
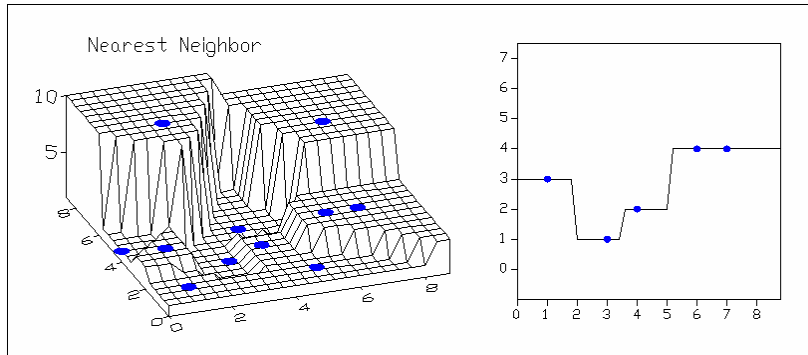
Modelle



Fläche: ca. 63ha
Höhendifferenz: 60m
Erfasst mittels: DGPS – 850 Punkte
Messzeit: ca. 14 Stunden



Qualitätsvergleich: Rechenzeit



1

:

5

:

20

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

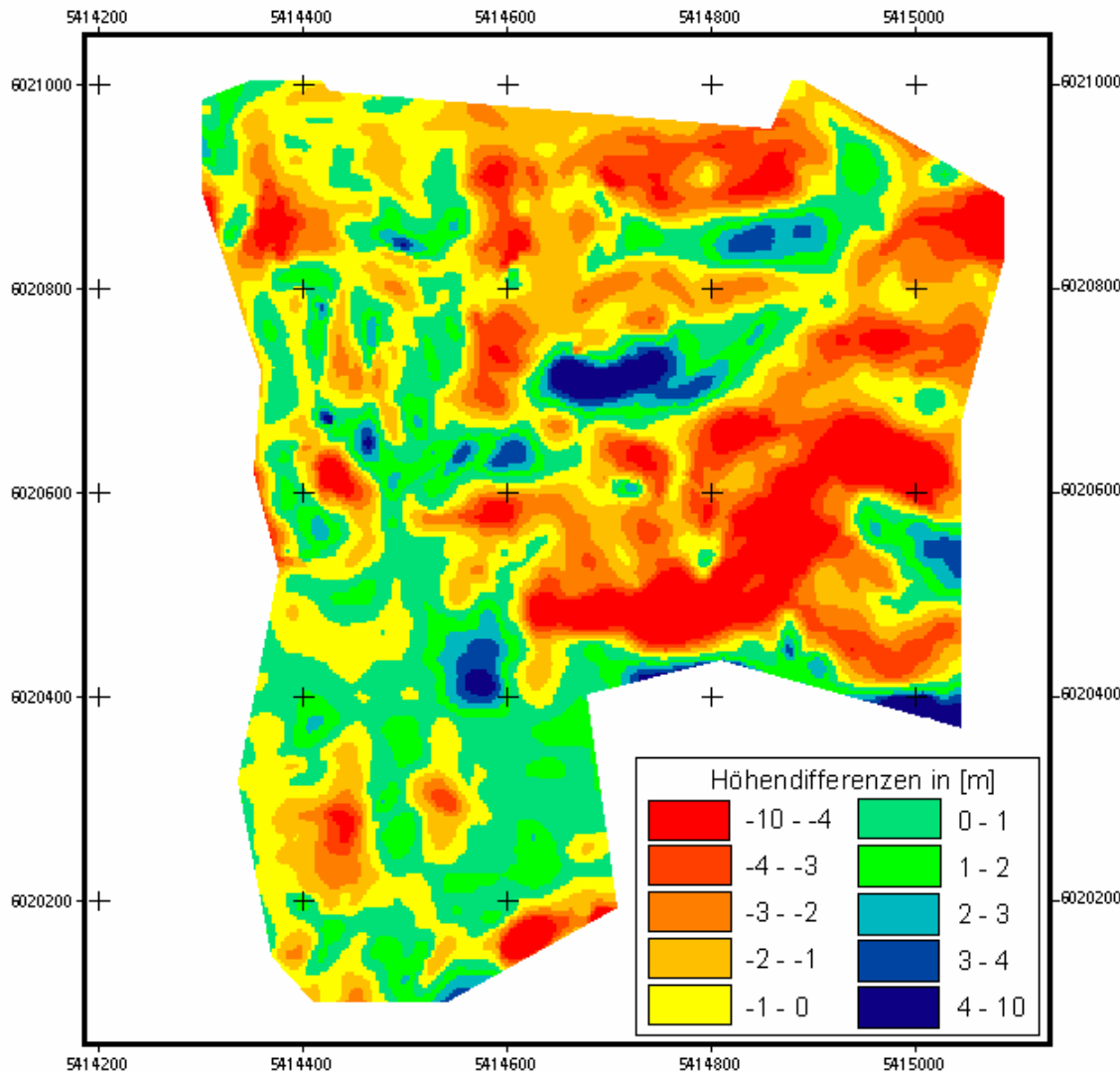
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Qualitätsvergleich: Höhenliniendigitalisierung versus DGPS



**Mittlere Gelände-
neigung: 7.2°**

**Standard
abweichung**

Gemessen:
 $s_G = 1.88\text{m}$

Erlaubt ZIR10:
 $s_G = 2.10\text{m}$

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

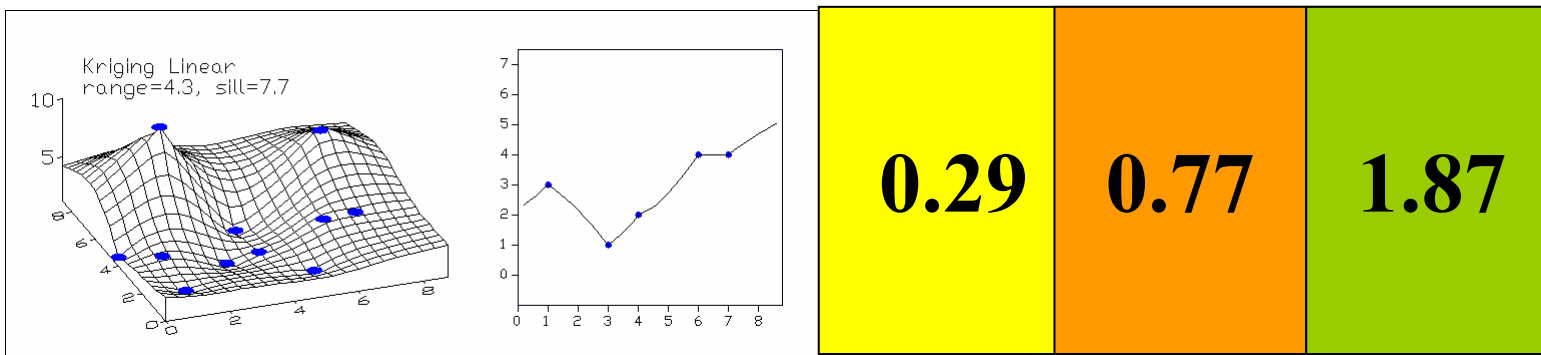
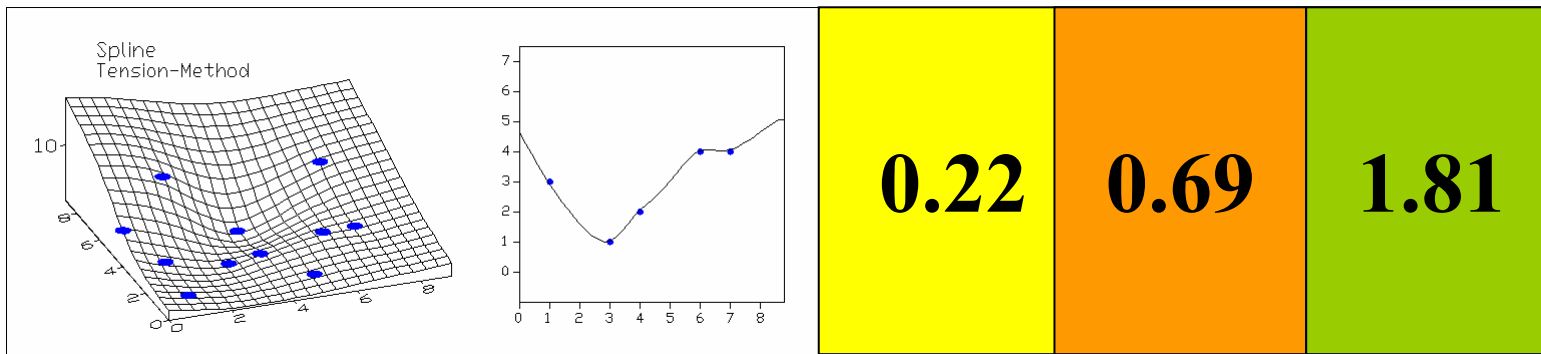
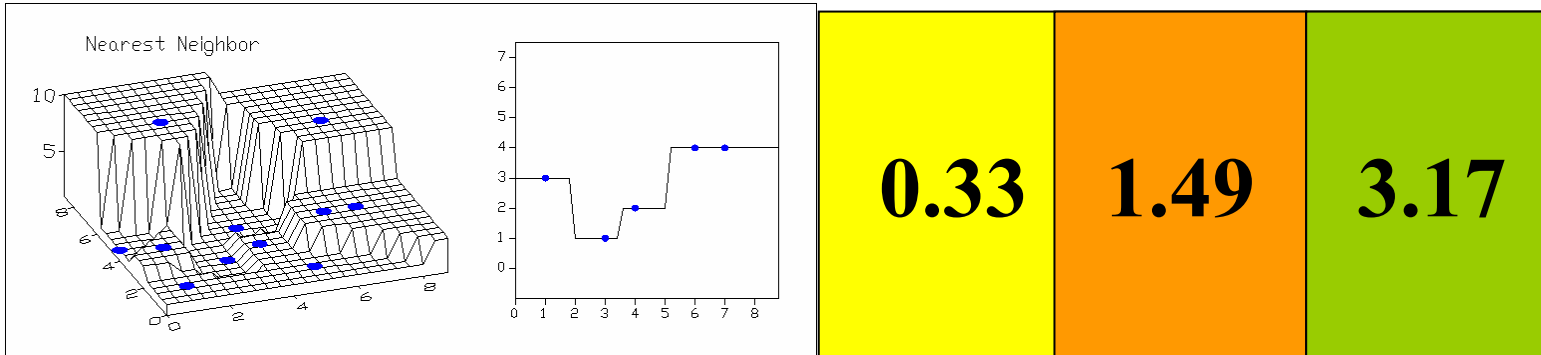
Statistische M.

Modelle



Qualitätsvergleich: Standardabweichung (m) basiert auf 80% der Punkte, 20% true error points

Analyse



Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

Modelle

- Punkthafte Modelle (Interpolation ..)
- Linienhafte Modelle (Netzflußberechnung ..)
- Flächenhafte Modelle (Ausbreitung ..)
- Simulationen
- Andere

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

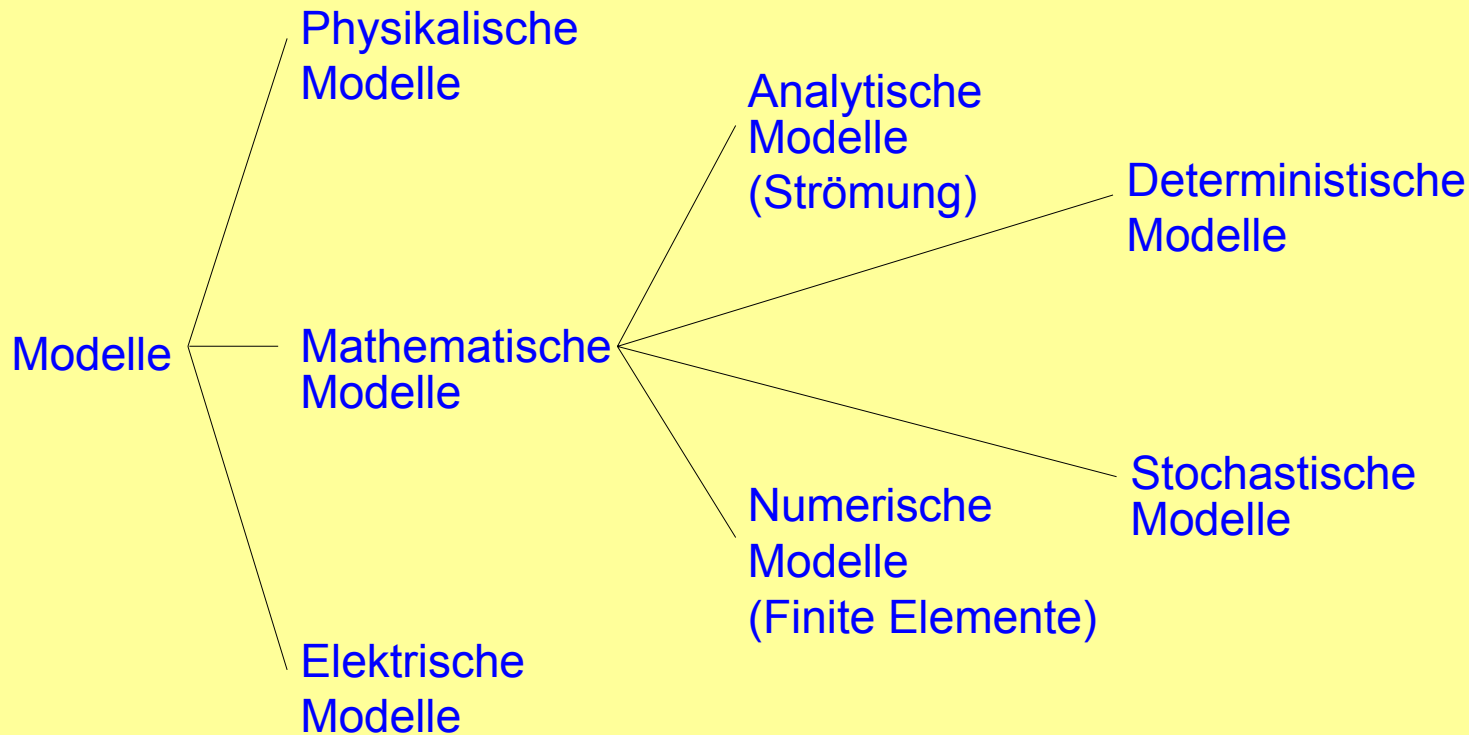
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Klassifizierung der Modelle (G. Teutsch, 1992)



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Geographische Modelle I: Stochastische Ansätze

- Das Verhalten geographischer Systeme wird eher vom Zufall bestimmt. Für solche Systeme werden die Anfangshypothesen mittels Wahrscheinlichkeitstheorie definiert

Räumliche
Wahrscheinlich-
keitsmodelle

- Verteilungsmuster von Fabrikstandorten
- Korrelation zwischen Umsätzen und Beschäftigtenzahl,
Analphabetentum und sozialem Status
- Autokorrelation bei Wählern bestimmter Parteien

Geographische
Entscheidungs-
modelle

- Entscheidung über Anbauorte für Getreide

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Geographische Modelle II: Deterministische Ansätze

- Das Verhalten geographischer Systeme wird von physikalischen Gesetzen bestimmt und kann deshalb exakt vorhergesagt werden.

Modelle für
Kaskadensysteme

- Modelle von Bevölkerungswanderungen
- Modelle zur Unters. von Ökosystemstabilitäten

Raum-Zeit-
Modelle

- Temperaturverteilung in Bodenprofilen
- Wasserdurchfluß im Boden
- Stadterwärmungsbereiche

Modelle für
räuml. Interaktion

- (auch Gravitationsmodelle genannt)
- Bewegung von Konsumentenkapital zw. Regionen
 - Bew. von Arbeitern zwischen Wohn- u. Arbeitsort

Modelle für
räuml. Zuordnung

- (auch Transportmodelle genannt)
- Konsumenten zu Anbietern
 - Schüler zu Schulen

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

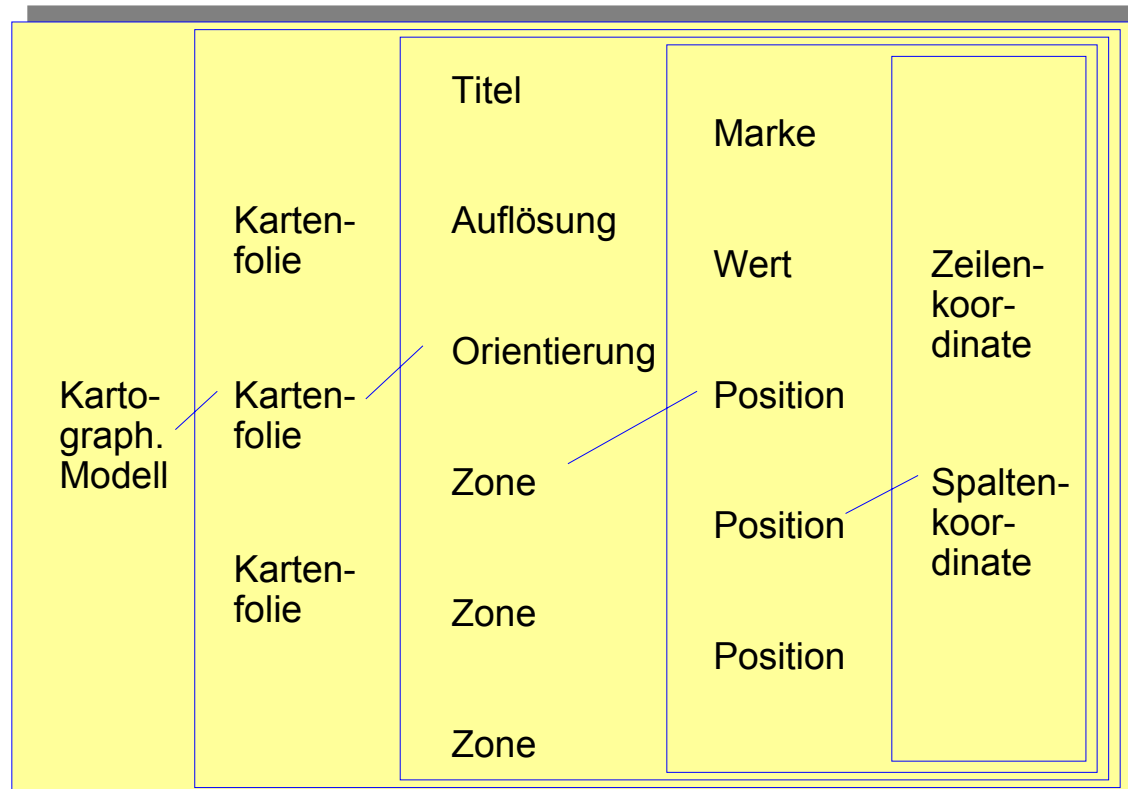
Statistische M.

Modelle



Kartographisches Modellieren

- C.D. Tomlin (1983), (1990), MAP(Map Analysis Package)
- Ziel : Zerlegung der Verarbeitung in beliebig kombinierbare Bausteine und Definition einer Kartenalgebra
- Begriffe:



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

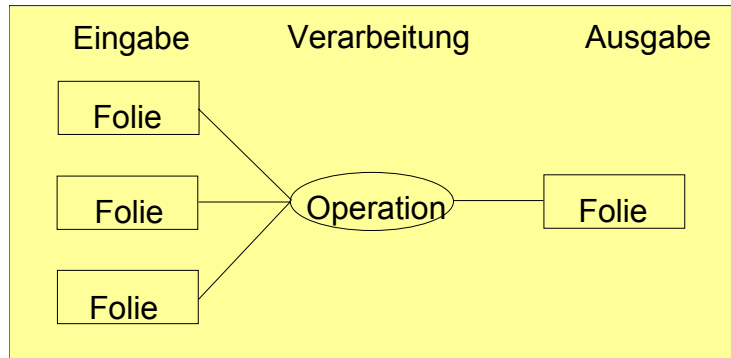
Statistische M.

Modelle

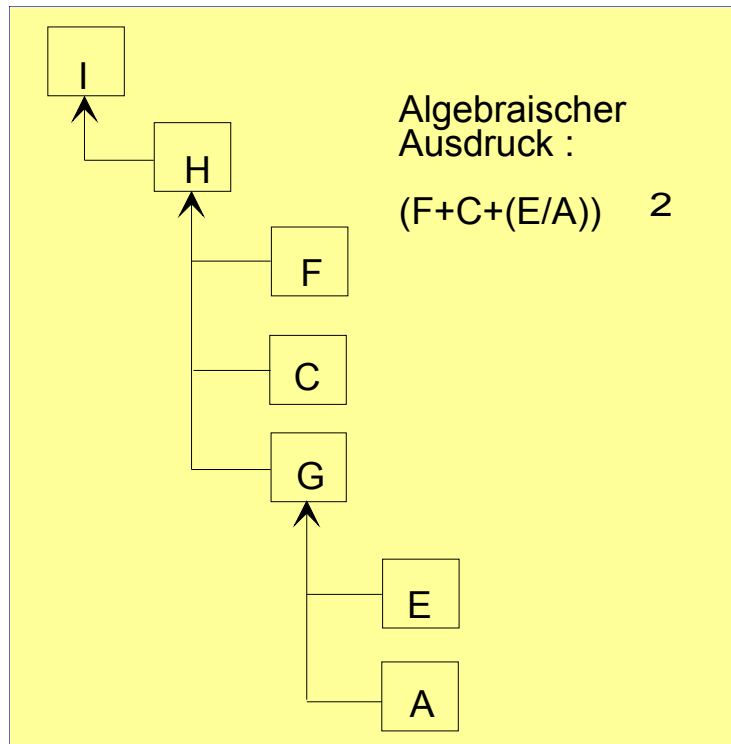


Verarbeitung in der kartographischen Modelliersprache

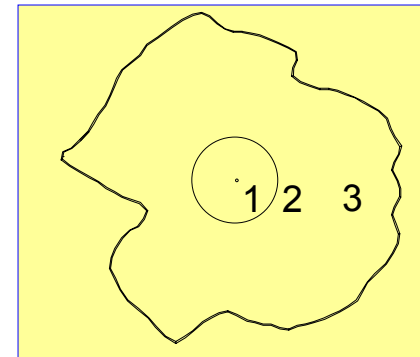
- Dateninterpretation :



- Prozedur :



- Dateninterpretationsoperationen :



- 1 = f(Position)
- 2 = f(Nachbarschaft)
- 3 = f(Zone)

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Beispiel: Sportplatzstandort

- Standort für Sportanlage mit folgenden Bedingungen:
 - A: Die ausgewählte Fläche soll weniger als 7% geneigt sein
 - B: Die Fläche muß zusammenhängend größer als 40.000qm sein.
 - C: Das Areal muß möglichst außerhalb (> 50m) von bebautem Gebiet sein.
 - D: Das Areal soll verkehrstechnisch angebunden sein, d.h. nicht weiter als 50m vom bestehenden Verkehrsnetz entfernt liegen.

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

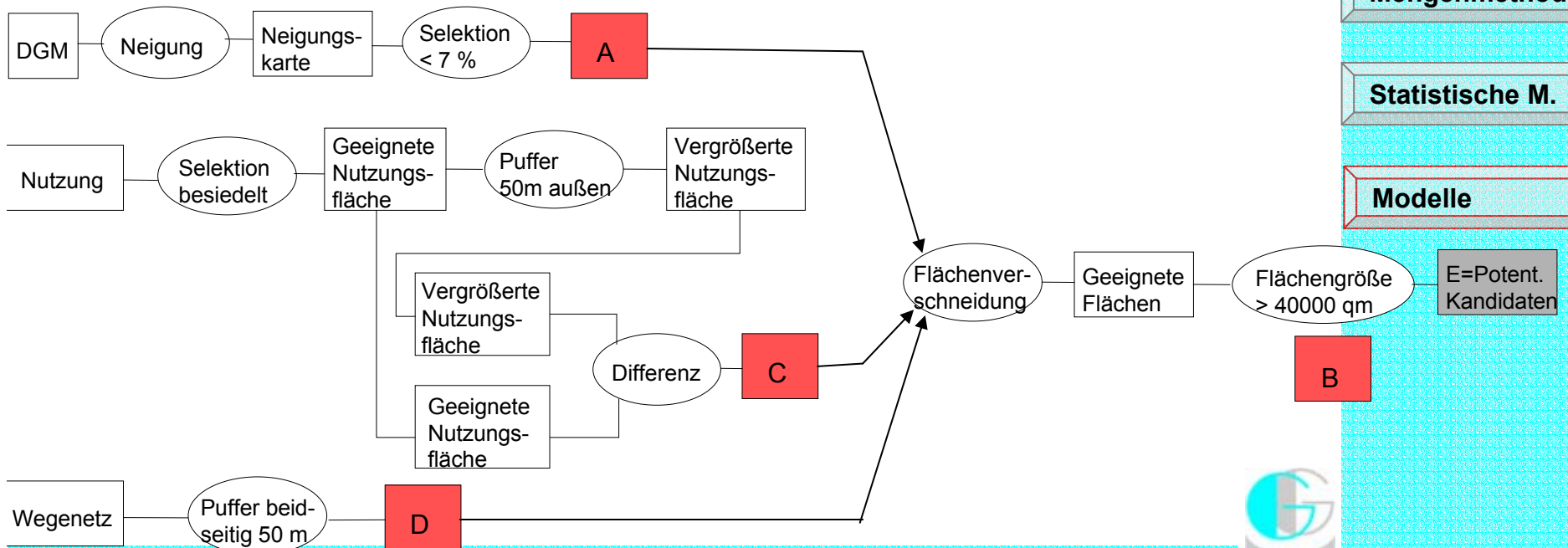
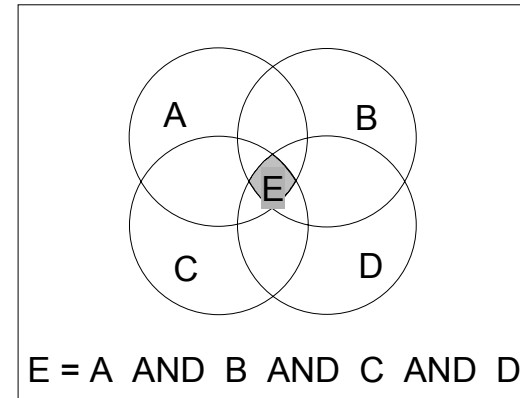
Statistische M.

Modelle



Lösungsansatz: Sportanlage

Mengentheoretische Betrachtung und kartographisches Modell



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

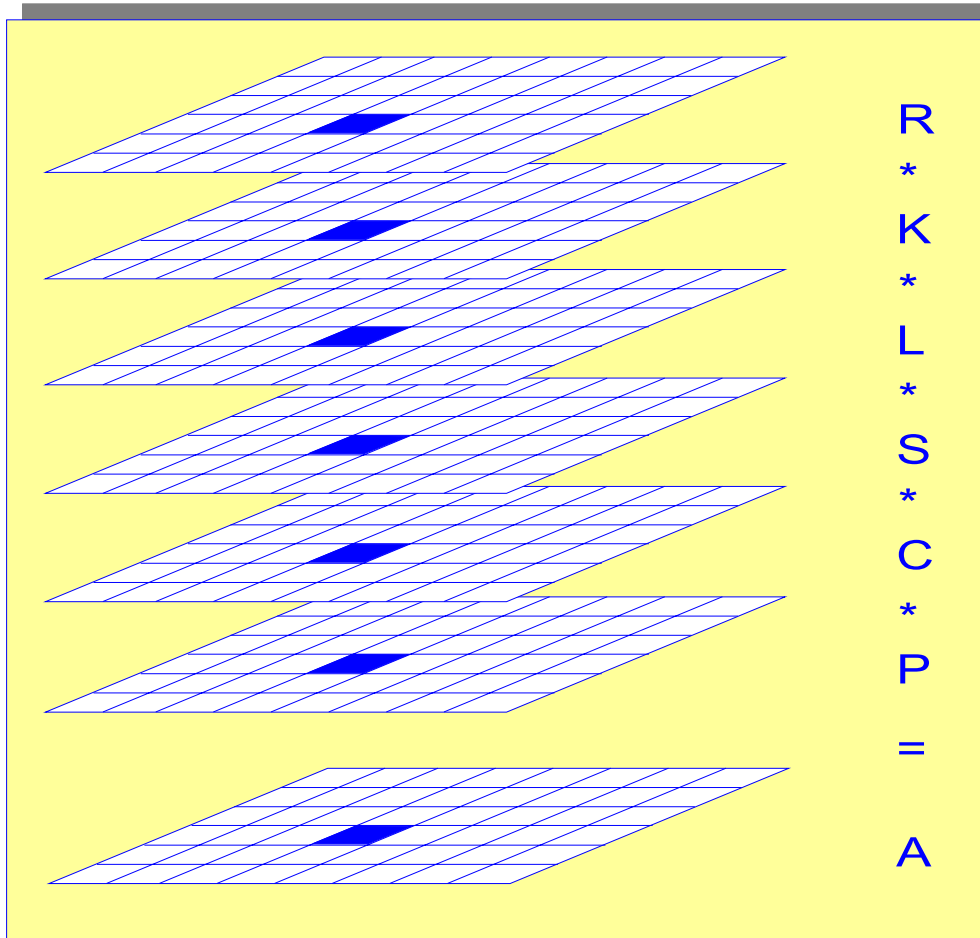
Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Bodenerosionsmodell



Bodenabtragungsgleichung $A = R * K * L * S * C * P$
aus K. Kraus (1991) nach
Wischmeier/Smith (1978)

A = durchschn. jährlicher
Abtrag [t/ha]

R = Regenfaktor =
f(Niederschlag)

K = Bodenerodierbar-
keitsfaktor

= f(Bodenart) aus
Bodenkarte

L = Hanglängenfaktor =
f(Ackerlänge)

S = Hangneigungsfaktor
= f(Hangneigung) aus
DGM

C = Bewirtschaftungs-
faktor

= f(Fruchtfolge)

P = Erosionsschutzfaktor

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

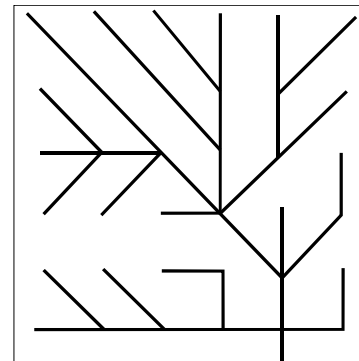
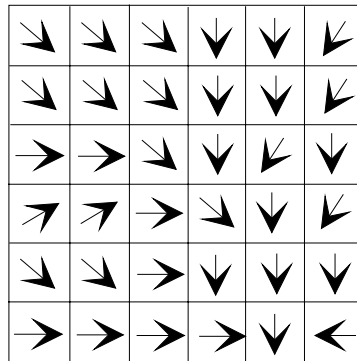
Statistische M.

Modelle



Erosionsmodelle: Kaskading

78	72	69	71	58	49
74	67	56	49	46	50
69	63	44	37	38	48
64	58	56	29	31	34
68	61	47	21	18	19
74	80	34	12	10	12



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Hinterland delimitation

- Minimiere die Summe der Anfahrtswege aller Nutzer einer bestimmten Einrichtung (z.B. Schüler zu Schulen)
 - Lokalisiere die Wohngebäude aller Schüler im Studiengebiet
 - Lege ein Raster mit n Zellen über die Karte der Wohngebiete und bestimme die Anzahl O_i ($i=1,n$) der Schüler pro Rasterzelle
 - Lokalisiere die m Schulen im Studiengebiet und bestimme ihre Schülerkapazitäten D_j ($j=1,m$)
 - Bestimme die Transportkostenmatrix c_{ij} mit den durchschnittlichen Entfernungen von jeder Rasterzelle n zu jeder Schule m.
 - Berechne die optimale Transportmatrix mittels linearer Optimierung des Systems
 - Konvertiere die Struktur der optimalen Transportmatrix in Einzugsbereiche um Schulen

$$\begin{aligned} \sum_{i=1,n} \sum_{j=1,m} T_{ij} c_{ij} &= \min \\ \sum_{i=1,n} T_{ij} &= D_j \\ \sum_{j=1,m} T_{ij} &= O_i \end{aligned}$$

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Beispiel Schuleinzugsbereiche

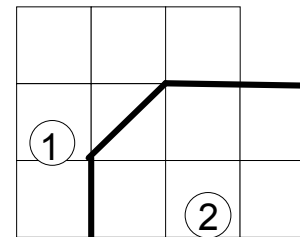
- Minimiere die Summe der Anfahrtswege aller Schüler von $n=11$ Regionen zu $m=2$ Schulen (Hinterland delimitation)

1	2	3	
4	5	6	7
8	9	10	11



$T_{ij} =$

1	x	
2	x	
3	x	
4	x	
5	x	x
6		x
7		x
8	x	
9		x
10		x
11		x



Ausgangslage

Optimierungsergebnis

Ergebnissituation

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

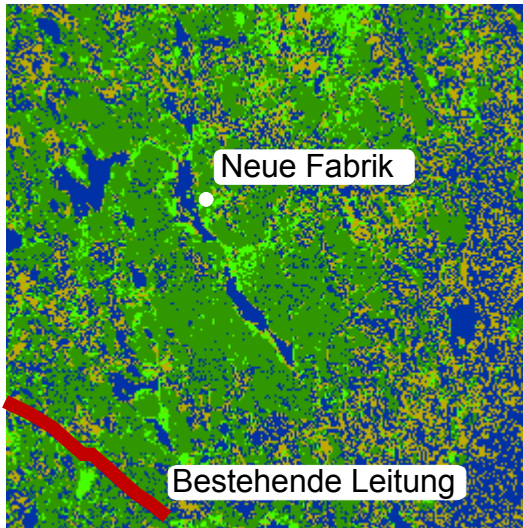
Mengenmethoden

Statistische M.

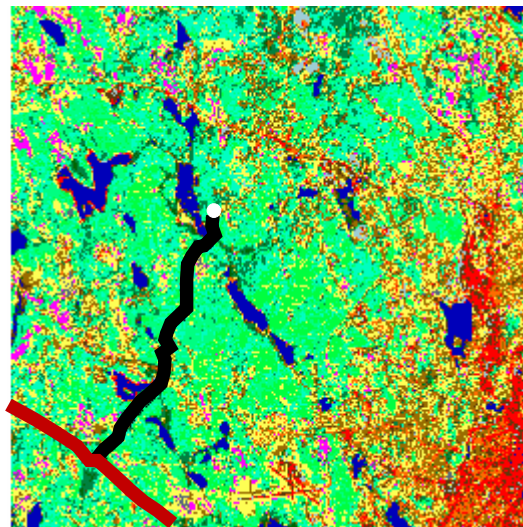
Modelle



Kostenfunktionen in der Leitungsplanung



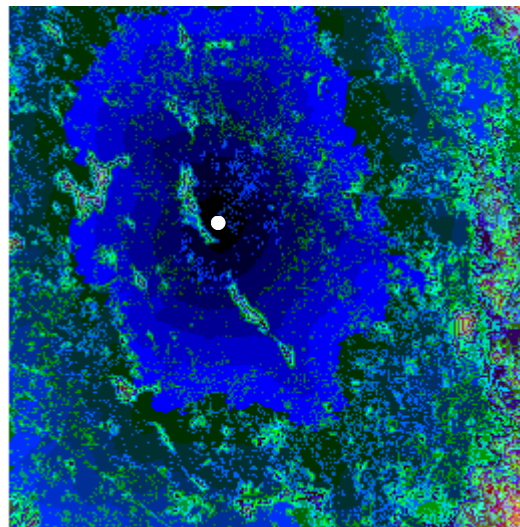
Preiswertester Verlauf



Widerstand

Landwirtschaft	1
Straße	1
Ödland	1
Laubwald	4
Nadelwald	5
Wasser	1000
Siedlung	1000

Kostenoberfläche



Ansatz:
Raster-
daten
Problem:
Kosten-
funktion

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

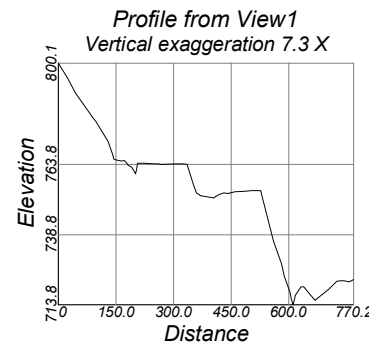
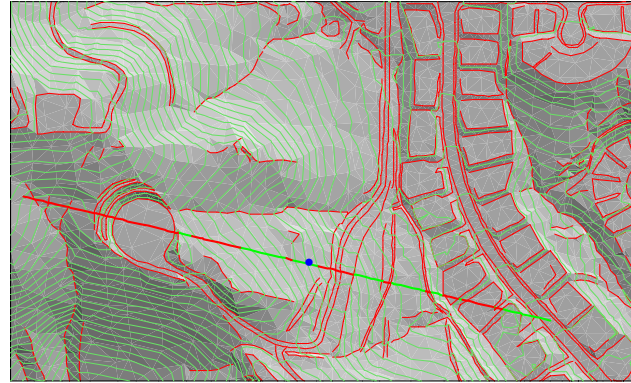
Statistische M.

Modelle



3D-Analysefunktionen

- Volumenberechnung
- 3D und 4D-Interpolation
- Neigungen, Gradienten
- Boolesche Analysen
- Analysen innerhalb der Objekte
- Buffer in 3D
- Oberflächen-, Netzwerk- und Pfadanalysen
- Auf- und Abtragsberechnungen
Volumenschnitte, 3D-Schnitte
- Projektionen und Transformationen in 3D (Kugel, Ellipsoid ..)
- Sichtbarkeitsuntersuchungen
- Körpererschneidung, -durchdringung



Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle



Datenanalyse = Unterscheidungsmerkmal zwischen GIS

- **Geometrische Operationen** meist vorhanden
- Flächenverschneidung als absolutes Minimum
- **Topologische Operationen** eher eingeschränkt
- **Mengenmethoden** wie Sortieren, Suchen, Abfragen etc. vorhanden
- Einfache beschreibende **Statistik** vorhanden, Interpolationen für DGM, Geostatistik eher selten
- **Modelle** sind eher speziell auf Anwendungsebene zumeist außerhalb von GIS vorhanden

Analyse

Grundlagen

Geometrische M.

Topologische M.

Mengenmethoden

Statistische M.

Modelle

